Ideas para mejorar el nivel de Matemáticas en la Universidad

José Luis Abreu
Instituto de Matemáticas

Resumen

En estas páginas presento un análisis de lo que son las matemáticas y de porqué está mal su enseñanza en nuestro país y en nuestra casa de estudios; y propongo algunas medidas para ayudar a mejorarla. La propuesta es radical pero creo que razonable, realista y conveniente.

¿Qué son las matemáticas?

El punto de vista de lo que son las matemáticas que adoptamos en esta propuesta está parcialmente explicado en el capítulo de Matemáticas en la Enciclopedia de Conocimientos Fundamentales UNAM-SigloXXI, publicada en 2010. Allí se dice que el origen de las matemáticas proviene de tres fuentes, que son:

1. la actividad humana,
2. el estudio de la naturaleza y
3. la profundización en el estudio de las propias matemáticas.

La actividad humana genera conceptos y herramientas matemáticas que resultan útiles para abordar los problemas planteados en la vida cotidiana en sus diversos aspectos: el comercio, la agricultura, la construcción, la navegación, la comunicación, etcétera. Esto da lugar a lo que en general se llaman matemáticas aplicadas.

La naturaleza parece, según Galileo Galilei, ser un libro abierto escrito en lenguaje matemático. Muchos aspectos de la naturaleza, especialmente los que estudia la Física, se comportan de forma totalmente matemática y esto ha llevado a la creación de conceptos y herramientas matemáticas muy poderosas específicamente desarrolladas para comprenderlos.

Finalmente, el interés por entender los propios modelos, conceptos y herramientas matemáticas, lleva al planteamiento de nuevos problemas y a la creación de nuevos conceptos, herramientas y métodos matemáticos que pueden identificarse como las matemáticas puras.

Esto nos da una perspectiva de las diversas fuentes de creación matemática, pero no nos dice cuál es la **esencia** de las matemáticas. En esto, adoptamos un punto de vista etimológico, casi universalmente aceptado, que aparece con frecuencia en la literatura:

> La palabra matemática viene del griego "mathemata",
> que significa: lo que se puede aprender y enseñar,
> porque es racional y comprensible.

Veamos un ejemplo muy simple de matemáticas para ilustrar esta definición.

Pregunta: Consideremos un tablero de ajedrez (de tamaño 8x8) mutilado, al que se la han quitado dos cuadros (de 1x1) diagonalmente opuestos. ¿Se puede cubrir ese tablero mutilado con fichas de dominó de tamaño 2x1, de manera que cada ficha cubra exactamente dos cuadros del tablero? Supondremos que contamos con fichas suficientes.

Respuesta: No, no se puede.

Saber que **no** se puede sería lo único que se necesitaría para una hipotética aplicación. Pero ese saber no constituye un hecho matemático. Lo que es un hecho matemático es la prueba, la *demostración* racional de tal imposibilidad.

Solución. Puede resultar muy difícil encontrar la demostración sin una clave o idea que indique un camino para aproximarse a ella. Hé aquí tal idea, en forma de pregunta:

Idea: ¿De qué color son los cuadros que se le quitaron al tablero?

En realidad no importa si son blancos o negros, lo importante es que son iguales. Inmediatamete nos damos cuenta de que una ficha cubre dos cuadros de distinto color y por tanto, sin importar cuántas fichas coloquemos, siempre nos faltarán por cubrir dos cuadros más de un color que del otro. O sea que no es posible cubrir exactamente el tablero mutilado con las fichas de dominó. ¡Hemos resuelto el problema!

Ahora ya sabemos que es imposible cubrir el tablero, pero lo verdaderamente maravilloso es que nadie podrá convencernos de que puede hacerlo, **sabemos** que eso es imposible. Hemos descubierto una verdad que indudable, comprensible por medio de la razón, inmutable y de la que podemos convencer a otros por medio de la razón. Éste es un hecho matemático. Hemos hecho matemáticas.

Nota sobre enseñar Matemáticas

Enseñar matemáticas consiste en someter a los estudiantes a tantos ejemplos de este tipo como sea posible. Al hacerlo conviene aprovechar diferentes campos de aplicación concreta y mostrar el uso de técnicas que son útiles en muchas situaciones. El papel que en el ejemplo juega la idea de pensar en el color de los cuadros eliminados, idea específica para ese problema y que difícilmente tiene análogo en otras situaciones, deben jugarlo los métodos o técnicas generales que se aplican en muchas situaciones distintas y con las que el alumno debe llegar a familiarizarse para usarlas como herramientas propias cuando le hagan falta. El objetivo siempre es adueñarse de una verdad, un teorema, un hecho comprensible, es decir, un hecho matemático. El campo de aplicación puede ser cualquiera. Es recomendable enfrentar temas más o menos concretos que permitan al estudiante fijar su atención con facilidad y de paso le sirvan para adentrarse en algún conocimiento científico más allá de las propias matemáticas, como por ejemplo las propiedades del espacio, las figuras geométricas, el movimiento de los cuerpos, los juegos de azar, etcétera.

Diferencia entre las matemáticas y otras ciencias

Las matemáticas difieren de las otras ramas del saber en su objeto de estudio: "**todo aquello que se puede entender y enseñar**" es algo abstracto pero bien definido y distinto del objeto de estudio de cualquier otra ciencia o rama del saber. Por ejemplo **Física** viene de physis, **naturaleza** e -ica, ciencia, es decir la ciencia de la naturaleza. **Biología** viene de bios **vida** y logos tratado, es decir, el estudio de lo vivo. La palabra **Química** tiene un origen más controvertido, pero a la larga significa algo así como ciencia de las transformaciones íntimas de la **materia**. El objeto de estudio de la **Psicología** es cómo funciona la **mente** humana. El de la **Pedagogía**, es la educación del **niño**. La **Didáctica** se ocupa de lo relativo a la **enseñanza** y es algo muy cercano a las matemáticas, pero no se ocupa de *lo que se puede enseñar* solo de **cómo enseñarlo**. La **Lógica** es el estudio de la **razón** y también es cercana a las matemáticas, pero solo estudia el razonamiento y no aquello sobre lo cual se razona. El buen uso de la razón es necesario para conocer lo que se puede entender, pero en las matemáticas la razón se aplica a algo, no se estudia a sí misma como en la lógica.

Las matemáticas son un cuerpo de conocimientos compartido

¿Puede compararse el saber matemático con cualquier otro conocimiento científico? No, de ninguna manera. Hay una fuerza propia en los hechos matemáticos que es ndependiente de cualquier conocimiento objetivo y distinto del conocimiento científico en general, el cual requiere en general de comprobación experimental. Las verdades matemáticas sólo requieren de la razón para quedar establecidas. Por supuesto éstas pueden ser rechazadas por inviduos particulares, algunas pueden estar temporalmente en duda por la complejidad de sus demostraciones, pero en la práctica el conocimiento matemático es aceptado universalmente y constituye una base racional común para la interacción humana, es un cuerpo de conocimientos compartidos amplio y confiable, como no hay otro igual.

Las propiedades de los números y de las figuras geométricas, de las expresiones algebraicas del azar, etcétera, son cosas que se pueden entender y enseñar. Lo que es importante de todo ello es precisamente que puede comprenderse por medio de la razón como único criterio de validez y puede transmitirse a otros, creando así un conjunto de conocimientos sobre los que hay acuerdo y que la sociedad puede usar para abordar temas complejos que pudieran ser debatibles, desde una plataforma sólida y universalmente aceptada. Las matemáticas son algo que podemos compartir con toda la humanidad. Incluso se ha llegado a decir que podemos compartirlas con cualquier tipo de inteligencia, aunque sea extra-terrenal o extra-galáctica.

Las matemáticas son un cuerpo de conocimientos acumulativo

Otra característica importante de las matemáticas, que debe tomarse en cuenta al considerar el problema de su enseñanza, es que se trata de un cuerpo de conocimientos **acumulativo**, que crece apoyándose en sí mismo y echando mano de sus propios conceptos para crear otros nuevos cada vez más abstractos. El álgebra parte de los números, es decir, de la aritmética; la trigonometría parte del álgebra y de la geometría; la geometría analítica de la trigonometría, la geometría y el álgebra; el cálculo requiere de la aritmética, del álgebra y de la geometría analítica y crea sus propios conceptos, que posteriormente son utilizados en matemáticas aún más avanzadas como la teoría de funciones de variable compleja, que a su vez se utiliza en el álgebra avanzada para resolver problemas generales sobre solubilidad de ecuaciones. Y así sucesivamente.

Las matemáticas no constan (únicamente) de sistemas axiomáticos

Uno de los grandes errores que se cometieron a lo largo del siglo XX en cuanto a la enseñanza de las matemáticas fue concebirlas, e intentar enseñarlas, como meros sistemas axiomáticos. Como el matemático, historiador y pensador Morris Kline dijo en su libro ¿Porqué Juanito no sabe sumar?:

> La axiomatización es el último paso de la creación matemática, no el primero.

Y esto debe recordarse en la enseñanza de las matemáticas. Los sistemas abstractos con axiomas bien definidos deben presentarse como un logro del pensamiento matemático al cual se llega después de haber enfrentado una temática más o menos concreta y de haber resuelto casi todos sus problemas. Los intentos de enseñar matemáticas a partir de axiomas han sido un fracaso y deben evitarse en favor de una enseñanza que parte de situaciones más o menos concretas y va haciendo camino poco a poco hacia la abstracción y la axiomatización.

El **rigor** es algo imprescindible en todo quehacer matemático, pero éste siempre ha estado presente, dosmil años antes de que se creara la Teoría de Conjuntos, Arquímedes, Apolonio, Eudoxo, escribían tratados matemáticos de indudable rigor y llennos de contenido. El rigor puede lograrse casi siempre sin tener que llegar a plantear un sistema axiomático. Considérese por ejemplo el problema del tablero de ajedrez mutilado. ¿Hay o no rigor en la solución planteada? Claro que sí, es perfectamente válida y aceptable para cualquier persona medianamente inteligente. Pero habrá por ahí algún puntilloso que insista en que el problema aún no está resuelto porque no se ha establecido un lenguaje formal y sistema axiomático para deducir el resultado. Y yo digo, deshagámonos de los puntillosos que quieren frenar el galope de las matemáticas poniendo freno al razonamiento ágil y libre y sigamos adelante, haciendo matemáticas vivas, sin formalismo excesivo. Habrá tiempo para profundizar en el rigor y en la axiomatización, pero ciertamente la formación inicial no es el momento apropiado para ello.

Las matemáticas son como un ser vivo, como un árbol que comienza siendo una semilla. Al germinar le salen ramas y hojas y a la vez raíces y con el tiempo tanto las ramas como las raíces van creciendo, las primeras se hacen más altas, más frondosas, y dan frutos, las segundas se adentran en la tierra y dan un soporte cada vez más sólido a la estructura. Así nacen y así crecen las matemáticas, no como un edificio al que hay que ponerle primero los cimientos y luego ir construyendo sobre ellos. La axiomatización temprana reduce el quehacer matemático a la construcción de un edificio perfectamente planificado, lo cual es una actividad sin retos, sin interés, sin vida. Plantearlas como un edificio a construir no refleja su verdadera naturaleza. Las matemáticas son una rama viva del conocimiento que está en continuo desarrollo y crecimiento, y no me refiero sólo a la investigación de vanguardia, sino a la reconstrucción que de ellas se hace, o debe hacerse, diariamente en los salones de clase.

A medida que entendemos más sobre un tema, vamos necesitando bases más profundas y hay que ir desarrollándolas, pero intentar construir todos los cimientos antes de cualquier otra cosa lleva a un proceso aburrido y sin sentido para el estudiante que no favorece su crecimiento intelectual.

¿Qué está mal en la enseñanza de las matemáticas?

El Dr. Luis Montejano, exdirector del Instituto de Matemáticas y uno de los matemáticos brillantes que ha dado este país, hace una bella descripción de lo que es hacer y enseñar matemáticas:

> Tener vivencias matemáticas, vivir la experiencia de estudiar un problema, entenderlo, buscar afanosamente una solución y finalmente, después de un gran esfuerzo, encontrarla y luego transmitirla a otros, no sólo mostrándoles la respuesta sino cada paso del proceso que llevó a encontrarla.

Esto es lo que podemos y debemos darle a nuestros profesores de matemáticas y es lo que ellos podrán dale también a sus alumnos: vivencias matemáticas.

Realmente todo lo que hacemos en la actualidad al enseñar matemáticas está mal porque no hacemos eso. A cambio ¿qué les damos? Les enseñamos, o tratamos de enseñarles, a aplicar algoritmos para realizar operaciones numéricas de sumas, multiplicaciones y divisiones, a veces incluso a sacar raíz cuadrada, les enseñamos a sumar fracciones, a resolver ecuaciones de primero segundo grados y sistemas de ecuaciones, a memorizar igualdades trigonométricas, a reconocer ecuaciones de las curvas cónicas, a sacar derivadas, a calcular integrales. ¿Acaso son éstas vivencias matemáticas? ¿Qué es, en todo esto, “lo que se entiende” porque es racional y por tanto se puede enseñar? ¡Nada!

Se ha sustituído el verdadero contenido matemático que se debería enseñar por unas cuantas herramientas que quizás podrían ser útiles para tener vivencias matemáticas, pero que por si solas son francamente aburridas e inservibles. Cuando un alumno pregunta ¿y a mí para qué me va a servir saber resolver sistemas de ecuaciones? y el maestro no puede responderle coherentemente, nos damos cuenta de que todo el proceso de enseñanza que estamos siguiendo es un error. Efectivamente casi nadie, a lo largo de su vida, tiene que resolver un sistema de ecuaciones, aparte de quizás en un examen. Pero esto es porque tal persona nunca se plantea problemas que puedan llevar a un sistema de ecuaciones. Y éste es el verdadero problema, que nuestra sociedad está tremendamente subdesarrollada en su nivel matemático y no es capaz de enfrentar su problemática en términos matemáticos.

Sí, el problema es que quien no ha tenido vivencias matemáticas, nunca va a recurrir a las matemáticas para enfrentar la vida. Y tener una población con estas caractrerísticas es un bono en efectivo para preservar el subdesarrollo.

Importancia de las matemáticas

Todos los días hay situaciones frente a uno que podrían plantearse y resolverse usando matemáticas, por ejemplo, sistemas de ecuaciones, pero uno no las ve. Veamos un ejemplo. El vuelo de México Frankfurt tarda unas 10 horas y el de regreso tarda unas 12. Eso indica que hay vientos que soplan de oeste a este y por ello el avión trae viento de cola al ir a Alemania y de frente al volver a México. ¿Cuál es la velocidad del viento? La podemos calcular si conocemos la velocidad del avión con respecto al aire, que según la información del vuelo, es de unos 890 km/h. Para responder la pregunta basta plantear y resolver éste sistema de ecuaciones:

$$(890 + v) * 10 = d$$
$$(890 - v) * 12 = d$$

donde v es la velocidad del viento y d es la distancia entre México y Frankfurt, que desconocemos.

¿Cuántos de nuestros egresados son capaces de plantear y resolver este problema? Pocos, alrededor del 1% de los egresados de carreras de matemáticas, actuaría, física e ingeniería pueden resolverlo una vez planteado. Esto lo se porque hice un examen a 106 aspirantes a un trabajo con este como primer problema. Solo uno lo resolvió. Pero aún menos serían capaces de plantearlo, es decir, imaginar que pueden encontrar la velocidad del viento sólo con los datos que un pasajero tiene a mano. Y esta es la verdadera tragedia de nuestra sociedad, que no se nos ocurren los planteamientos matemáticos, las cosas que pueden entenderse y resolverse y luego enseñarse. El ejemplo es algo simple y seguramente no convence a nadie de la importancia de los sistemas de ecuaciones, pero muestra que hay matemáticas donde uno las plantea y no las hay si uno no las plantea.

La importancia de las matemáticas es clara únicamente para quien las conoce. Pero la sociedad tiene suficiente experiencia para darse cuenta de que un alto nivel matemático lleva a un mayor progreso científico y humanístico porque da mejores herramientas a la razón y mayor poder intelectual para enfrentar los retos. La importancia de las matemáticas no puede comprenderla quien las desconoce, pero la sociedad tiene la responsabilidad de ofrecerle a sus miembros la oportunidad de descubrirlas y prepararse bien en ellas.

Las matemáticas son una manera de ver el mundo, una manera que nos permite entenderlo por nuestros propios medios, una manera de investigar y obtener respuestas a miles de preguntas que podemos plantearnos nosotros mismos. Si no aprendemos matemáticas, si no usamos nuestra mente para plantearnos preguntas que podamos resolver por medio de la razón, somos una sociedad a la deriva que sólo puede importar soluciones, nunca crearlas. Hoy en día, cualquier progreso científico, tecnológico o financiero requiere de una mente matemática. Sólo una sociedad que maneja las matemáticas con soltura puede progresar en el mundo actual. El que los jóvenes aprendan y dominen las matemáticas no es un lujo sino una necesidad de nuestra sociedad.

El error de la repetición sin avanzar

Un error común en la enseñanza de las matemáticas, que permea los planes de estudio, es la repetición de temas que se piensa no han sido comprendidos bien. Aprender matemáticas, igual que crearlas, es un proceso acumulativo, lo que uno no aprendió bien de la aritmética lo va a aprender mejor cuando lo use en el álgebra, y lo que uno no logró aprender bien de álgebra y geometría, lo va a aprender mejor cuando lo use en trigonometría, en geometría analítica, en cálculo, y así sucesivamente. ***Las matemáticas se aprenden mejor cuando se usan***. Repetir el proceso de enseñarlas que no dio buen resultado la primera vez, no va a dar mejor resultado la segunda.

La necesidad de una herramienta es lo que permite al hombre aprender a usarla. De nada sirve que le expliquen a uno mil veces cómo se usa un desarmador y le hagan exámenes de la teoría de porqué el instrumento es útil, lo que hay que hacer es pedirle al trabajador que apriete unos tornillos y poner un desarmador a su alcance. Si no se le ocurre usarlo desde el principio, cuando le duelan los dedos de apretar tornillos con la mano, se le va a ocurrir, va a aprender a usarlo y nunca va a olvidar la experiencia. Lo mismo sucede con las matemáticas. La única manera de dominarlas es usándolas. Y la mejor manera de usarlas es aplicándolas más allá del ámbito en el que se le presentan a uno por primera vez. Los ejercicios y los problemas son útiles para comenzar a visualizar cómo y dónde se puede usar lo aprendido, pero el verdadero campo de aplicación está en temas más avanzados y hay que entrar a fondo en ellos para aprender dónde usar las herramientas y volverse un experto en aplicarlas.

¿Que necesita un maestro de matemáticas para ser buen maestro?

Dos cosas: entender algo y querer enseñarlo.

Conste que no digo *saber* enseñarlo.

Por definición, las matemáticas tratan de lo que se entiende y se enseña, no de cómo enseñarlo que pertenece al campo de la didáctica, ni de lo racional que pertenece al campo de la lógica, sólo de lo que se puede entender y enseñar. Es decir, los contenidos de las matemáticas son precisamente cosas que se pueden entender y enseñar. Y lo único que se necesita para enseñar un tema matemático es entenderlo y tener la voluntad de enseñarlo.

El debate sobre la enseñanza de las matemáticas es totalmente espúreo, sólo tiene un camino de solución: que el maestro entienda cosas y transmita eso que entiende. Sin eso no hay nada que hacer.

Se han hecho estudios sobre la correlación que pudiera haber entre los buenos resultados de algunos maestros de matemáticas y sus métodos de enseñanza, sus enfoques didácticos, sus teorías pedagógicas. El resultado es que **no hay correlación** alguna. Lo único que se ha podido correlacionar positivamente con el buen maestro de matemáticas es... cuánto sabe de matemáticas.

Por tanto es inútil intentar mejorar la enseñanza de las matemáticas con algo más allá de las matemáticas mismas. Y es lógico, de lo que se trata al enseñar matemáticas es de entender y enseñar lo entendido para que el alumno lo entienda también. El papel del profesor de matemáticas es lograr que sus alumnos entiendan lo que él ya entiende o lo que logra entender al preparar su clase.

¿Saber matemáticas es sinónimo de saber enseñarlas? No, claro que no. Pero no se conoce ninguna capacitación didáctica, metodológica, pedagógica, psicológica o simplemente lógica, que pueda darse a un maestro de matemáticas que lo haga ser mejor, aparte de enseñarle más matemáticas. El día que tal capacitación exista y esté probada, la usaremos porque será una panacea, pero mientras tanto, no vale la pena perder el tiempo y distraer la atención de los que van a ser profesores de matemáticas con asuntos que no han demostrado nunca su utilidad. Formemos a nuestros profesores de matemáticas enseñándoles matemáticas, dándoles la experiencia de hacer matemáticas una y otra vez, ofreciéndoles vivencias matemáticas.

Hay por allí una metodología de enseñanza de las matemáticas que se identifica como "el enfoque por resolución de problemas". En gran medida esto es lo que planteamos, aunque hay que advertir algunas diferencias, principalmente que lo importante no es resolver uno, varios o muchos problemas sino tener la vivencia, sentir primero la dificultad de entender el problema, hacerlo propio, pasar a veces horas o días intentando encontrar la respuesta, probar por un camino y por otro hasta hallar una idea clave y encontrar una solución; y luego, finalmente enseñarlo, mostrar a otros lo que hemos logrado. Esta última parte es la que casi nunca permitimos a los estudiantes practicar explícitamente como parte de su formación matemática. Hacer matemáticas no es sólo resolver problemas. Enseñar a otros cómo lo hicimos, es parte esencial del aprendizaje de las matemáticas. Las matemáticas deben poderse enseñar, no són sólo para comprendrlas en la intimidad, hay que mostrar que uno las sabe, hay que poder transmitir lo que uno entendió, es parte integral de la experiencia matemática que sirve para afianzar lo aprendido, para adquirir seguridad y poder utilizar, llegado el momento, los conocimientos adquiridos y las habilidades desarrolladas.

Los exámenes

Quizás sería recomendable poner a los alumnos a enseñar cosas a sus compañeros, una vez que ya las han entendido, o incluso aún antes, para que distingan la diferencia entre entender y no entender. Pero de cualquier forma, los exámenes pueden y deben jugar precisamente el papel de darle al estudiante la oportunidad de mostrar al profesor, a sus compañeros y a sus familiares, lo que logró aprender, entender y plasmar por escrito. Esta no es una postura cínica sólo para apoyar los exámenes, éstos realmente sirven para darle oportunidad al estudiante de mostrar que entendió algo, de afianzarlo y de adquirir seguridad en el tema y confianza personal en su capacidad intelectual.

Es natural que a los estudiantes no les gusten los exámenes cuando éstos se plantean como algo terrorífico por lo que tendrán que pasar, como una operación sin anestesia. Pero los exámenes no deben ser eso para los estudiantes. Bien pueden ser una oportunidad de exhibir lo que han entendido y de recibir el reconocimiento de sus maestros, sus compañeros y sus familiares. En general no se da la oportunidad al estudiante de *presumir* mostrando que entendió algo difícil, que logró resolver algo y que ahora lo puede enseñar. Los exámenes de matemáticas son parte esencial de la experiencia matemática. Tal vez haya otros mecanismos para darle oportunidad al estudiante de mostrar lo que entendió y adquirir la seguridad necesaria, pero no abundan, y por ello, eliminar los exámenes, creo, sería un error. Sin duda conviene quitarles ese aspecto terrorífico que tienen, para lo cual es necesario que el estudiante sepa que si se prepara bien, el examen no tiene porqué ser un suplicio sino que incluso puede ser placentero. Algunas presentaciones orales en las que el estudiante pueda mostrar ante sus compañeros y ante el maestro lo que logró entender, sin que el maestro lo revuelque frente al grupo y lo haga sentirse como una lombriz, podrían ser buenas prácticas educativas.

Las matemáticas son divertidas

A veces el maestro, en un intento desesperado por interesar al alumnado, intenta introducir un aspecto lúdico en las matemáticas. En realidad el interés está a la mano, al alcance inmediato de todos, sólo se trata de que el alumno tenga la vivencia de hacer una pequeña obra matemática, de vivirla por completo. Con eso se engancharía. ¡Qué difícil es lograrlo! Pero vale la pena y en general basta una vez para encender la llama que conduce al disfrute de las matemáticas. Todos los matemáticos atestiguan que les encanta su trabajo, hacer matemáticas es divertido. Más aún, en estudios sobre la calidad de vida de las personas según sus profesiones, la de matemático es la que siempre obtiene la puntuación más alta, y no es una rareza, casi todas las otras que tiene puntuación alta están muy relacionadas con las matemáticas, como la actuaría y la computación. ¿Cómo es entonces que la mayoría de los estudiantes las odian? La respuesta es simple: porque no las conocen. Quien no ha vivido nunca la experiencia de realizar una obra matemática propia, por muy pequeña que sea, no tiene idea de lo que las matemáticas pueden ofrecer. Las detestan, porque se le presentan como algo difícil y aburrido. Pero para quien las conoce no son aburridas, todo lo contrario, y sí, son difíciles, pero ¿hay algo que no sea difícil y valga la pena? Un principio filosófico bien conocido es que el verdadero placer está en el esfuerzo. Tal vez no sea mala idea propagar este principio entre nuestros maestros y estudiantes.

Un sabio profesor decía que sólo hay dos tipos de estudiantes en el mundo: los que alguna vez han entendido algo y los que nunca jamás han entendido nada, y hay un abismo que los separa. Tiendo a pensar lo mismo. Entender es adictivo, igual que las drogas, basta probarlo una vez y uno se engancha. Pero hay que probarlo, hay que vivirlo, de otra manera no tiene uno ni la más remota idea de qué se trata.

No es necesario enseñar matemáticas con juegos, las matemáticas son el juego más divertido del mundo, pero como cualquier juego, para disfrutarlo, hay que conocerlo, conocer las reglas, aprender los movimientos básicos y dedicar tiempo a entrenar y a perfeccionar la técnica.

Los planes de estudio

Se han cometido una gran cantidad de errores al modificar los planes de estudio de matemáticas, comenzando con la barbaridad, el los años 70, de eliminar la geometría y sustituirla por los conjuntos. Luego, poco a poco, se han revertido algunos cambios pero en general se han ido quitando los temas que retan al alumno para ir dejando solamente los que son mero trámite, aquellos por los que los alumnos pueden pasar sin demasiado esfuerzo. Últimamente por ejemplo se empieza a hablar de que la Geometría Analítica es el coco de todos, y temo que pornto se propondrá quitarla del bachillerato y de la mayoría de las carreras. A fin de cuentas, si no la aprenden ¿de qué sirve hacerlos pasar por ella? De esta manera se ha eliminado la trigonometría del currículum, se han eliminado las aplicaciones a la física, y se terminará por eliminar todo aquello que requiera un esfuerzo de aprendizaje. Se cae en esto porque no se acepta el hecho de que las matemáticas son para entenderlas y enseñarlas, y que entender, no suele ser fácil, tampoco enseñar. Sí, las matemáticas requieren esfuerzo, simplificar lo que de ellas se enseña sólo redunda en que cada vez se enseña menos, sólo lo que es muy fácil. Esto derrota el propósito mismode las matemáticas.

Comprender el problema del tablero de ajedrez no es algo que se logra sin un esfuerzo, aún las mentes acostumbradas a las matemáticas necesitan hacer un esfuerzo al pensar en ese problema, la diferencia es que ellos saben que vale la pena y que pueden. Quienes no tienen la costumbre de pensar en matemáticas pueden encontrar el esfuerzo inabordable. Pero no lo es, toda persona medianamente inteligente puede enfrentar el problema y entender su solución. Todos pueden darse cuenta de que la solución es ingeniosa, de que pasa por una construcción abstracta (pensar en cuadros negros y blancos) que al aplicarla lleva a resolver el problema y a entender completamente la solución. Y si uno no la enseña pronto a otra persona, tiende a perderse en la memoria, tiende a desaparecer, porque parte esencial de lo aprendido es que uno lo puede enseñar a otros. Sin todo esto la experiencia queda trunca, mutilada y estéril. Sin todo el proceso completo las matemáticas no se dan en todo su esplendor y quedan mutiladas... como el tablero que nunca será cubierto de manera exacta con fichas de dominó.

Propuesta de solución

Propongo cuatro ideas para mejorar la enseñanza de las matemáticas en la UNAM.

1) Preparar nuevas generaciones de profesores de matemáticas comprometidos con las matemáticas mismas, es decir, enamorados de todo aquello que se puede entender racionalmente y enamorados del proceso de enseñarlo, de lograr que sus alumnos entiendan y sean capaces de explicar a otros lo que han aprendido. Profesores que hayan pasado por miles de vivencias matemáticas en sus estudios y se sientan seguros de lo que saben hacer y enseñar. Y que también se sientan seguros de que si algo no lo pueden hacer, no es mas que un nuevo reto a enfrentar y no algo de qué avergonzarse, y que sepan transmitir esta actitud a sus alumnos.
2) Devolver a los programas de estudio los contenidos que tradicionalmente han retado al estudiante y le ofrecen oportunidades de enfrentarse a problemas interesantes y difíciles y a experimentar el placer de resolverlos y de entender racionalmente hechos con tal claridad que luego puede enseñarlos. Específicamente, eliminar del primer grado de bachillerato los temas que representan una repetición de la secundaria, pedir como requisitos mínimos el álgebra de secundaria (ecuaciones de primer y segundo grado, sistemas de ecuaciones de 2x2, geometría básica incluyendo semejanza de triángulos, teorema de Pitágoras y la definición y uso básico de las funciones trigonométricas). Plantear el curso de matemáticas de primer grado de bachillerato como uno de aplicación de las matemáticas de la secundaria a todo tipo de problemas de geometría y trigonometría y desembocar en una geometría analítica que no estudia simplemente las ecuaciones de las cónicas sino que analiza a fondo de las propiedades y aplicaciones de rectas, circunferencias, elipses, parábolas e hipérbolas. El segundo grado de bachillerato debe cubrir el Cálculo aplicado a la dinámica de partículas, al decaimiento radiactivo, a problemas de máximos y mínimos, al cálculo de áreas, volúmenes y superficies. El tercer año de bachillerato, debe ofrecer la opción de llevar probabilidad y estadística o cálculo vectorial o ambas materias.
3) Devolver al estudiante la posibilidad de enfrentarse a exámenes difíciles en los que pueda mostrarse a sí mismo, al profesor, a sus compañeros, a su institución y a sus familiares, lo que ha logrado comprender.
4) Establecer estándares mínimos de entrada y de salida para cada uno de los ciclos educativos. Los alumnos tienen derecho a saber que al entrar a un ciclo educativo traen la preparación y el nivel mínimos requeridos para enfrentarlo con éxito y, tanto ellos como la sociedad, tienen derecho a saber que al salir de un ciclo educativo el estudiante tiene la preparación esperada de los egresados de ese ciclo. La UNAM en particular no se puede dar el lujo de darle el título de bachiller o de licenciado a alguien que no tiene la formación mínima requerida. Los maestros tienen la obligación de preparar a sus alumnos y llevarlos a ese nivel. Si un maestro aprueba a un alumno, por las razones que sea, sin que tenga el nivel mínimo, estará dañando y engañándo al propio estudiante, haciéndole creer que tiene un nivel que en realidad no tiene, y además, estará dañando el prestigio de la institución.

Si los alumnos al llegar a la licenciatura han usado las matemáticas del bachillerato en cientos de problemas no habrá que repetir los cursos básicos y de esta manera las primeras materias de matemáticas de la licenciatura podrán abordarse al nivel universitario internacional, como debe ser.

Lo esencial de la propuesta es concebir las matemáticas como algo que se va a aprender bien. Cualquier cosa que diluya los contenidos es un engaño, un paso hacia atrás. Cualquier repetición es admitir un fracaso que nunca debió darse y mucho menos solaparse.