Matemáticas
El arte de entender

José Luis Abreu León

Instituto de Matemáticas (IMATE), U.N.A.M.
Laboratorio de Innovación en Tecnología Educativa (LITE)

México

Entre 500 y 200 A.C en las costas del Mediterráneo oriental se sentaron las bases de las Matemáticas.

Desde entonces la esencia de las Matemáticas no ha cambiado, a pesar de que éstas han incrementado enormemente su ámbito de conocimiento y de aplicación.

¿Qué es esa esencia? ¿Por qué fue precisamente en esa época y lugar que se desarrollaron las bases de las Matemáticas?

Acerca de la esencia de las Matemáticas, intentaremos mostrar, a base de ejemplos, que las Matemáticas son el arte de entender el mundo sin necesidad de acudir a una autoridad externa al propio ser humano.

Acerca del por qué fue precisamente en aquella época y lugar que se crearon las Matemáticas, bastará observar que nunca antes el ser humano se había encontrado en posibilidades de concebir el mundo como algo independiente de cualquier poder divino o humano.

Definiciones de la RAE:

matemática.

1. f. Ciencia deductiva que estudia las propiedades de los entes abstractos, como números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones. (U. m. en pl. Con el mismo significado que en sing.)

-s aplicadas.

1. f. pl. Estudio de la cantidad considerada en relación con ciertos fenómenos físicos.

-s puras

1. f. pl. Estudio de la cantidad considerada en abstracto.

"***Matemáticas***" proviene del griego

"**mathemata**",

que significa:

lo que se puede aprender y enseñar,
porque es racional y comprensible.

Ejemplo 1.

Pregunta: Consideremos un tablero de ajedrez (de tamaño 8x8) mutilado, al que se la han quitado dos cuadros (de 1x1) diagonalmente opuestos. ¿Se puede cubrir ese tablero mutilado con fichas de dominó de tamaño 2x1, de manera que cada ficha cubra exactamente dos cuadros del tablero?

Ejemplo1

Ejemplo para ilustrar esta definición.

Pregunta: Consideremos un tablero de ajedrez (de tamaño 8x8) mutilado, al que se la han quitado dos cuadros (de 1x1) diagonalmente opuestos. ¿Se puede cubrir ese tablero mutilado con fichas de dominó de tamaño 2x1, de manera que cada ficha cubra exactamente dos cuadros del tablero?

Respuesta: No, no se puede.

Saber que **no** se puede sería lo único que se necesitaría para una hipotética aplicación. Pero ese saber no constituye un hecho matemático. Lo que es un hecho matemático es la prueba, la *demostración* racional de tal imposibilidad.

Solución. Puede resultar muy difícil encontrar la demostración sin una clave o idea que indique un camino para aproximarse a ella. Hé aquí tal idea, en forma de pregunta:

Solución. Puede resultar muy difícil encontrar la demostración sin una clave o idea que indique un camino para aproximarse a ella. Hé aquí tal idea, en forma de pregunta:

Idea: ¿De qué color son los cuadros que se le quitaron al tablero?

Solución. Puede resultar muy difícil encontrar la demostración sin una clave o idea que indique un camino para aproximarse a ella. Hé aquí tal idea, en forma de pregunta:

Idea: ¿De qué color son los cuadros que se le quitaron al tablero?

En realidad no importa si son blancos o negros, lo importante es que son iguales. Inmediatamete nos damos cuenta de que una ficha cubre dos cuadros de distinto color y por tanto, sin importar cuántas fichas coloquemos, siempre nos faltarán por cubrir dos cuadros más de un color que del otro. O sea que no se puede cubrir el tablero mutilado con las fichas de dominó.

Solución. Puede resultar muy difícil encontrar la demostración sin una clave o idea que indique un camino para aproximarse a ella. Hé aquí tal idea, en forma de pregunta:

Idea: ¿De qué color son los cuadros que se le quitaron al tablero?

En realidad no importa si son blancos o negros, lo importante es que son iguales. Inmediatamete nos damos cuenta de que una ficha cubre dos cuadros de distinto color y por tanto, sin importar cuántas fichas coloquemos, siempre nos faltarán por cubrir dos cuadros más de un color que del otro. O sea que no se puede cubrir exactamente el tablero mutilado con las fichas de dominó.

¡Hemos resuelto el problema matemáticamente!

¿Pero qué quiere decir eso de que hemos resuelto el problema ***matemáticamente***?

Que ya sabemos que es imposible cubrir el tablero. Sí, pero lo verdaderamente maravilloso es que nadie podrá convencernos de que puede cubrirlo, **sabemos** que es imposible. Hemos descubierto una verdad indudable, hemos llegado a ella por medio de la razón, es una verdad inmutable y de la que podemos convencer a otros, usando precisamente la razón. Y ***no depende de ninguna autoridad*** divina, humana o académica. És un hecho matemático. Hemos hecho matemáticas.

Y sin embargo... ¿dónde están los axiomas, las fórmulas, los números, las citas, todo aquello con lo que se suelen identificar las matemáticas?

Ejemplo 2.

Dado un número par de puntos en el plano, de los cuales no hay tres alineados, y suponiendo que la mitad de los puntos son de un color y la mitad de otro, ¿es posible aparear los de un color con los del otro usando segmentos rectossin que éstos se intersecten?

Supondremos que no hay más de sos puntos en una misma línea recta.

Vínculo: Ejemplo 2.

Ejemplo 3.

Veamos ahora unos ejemplos históricos, concretamente lo que conocemos como el área del paralelogramo, el área del triángulo y el Teorema de Pitágoras, que son esencialmente las Proposiciones 35, 41 y 47 del Libro I de Los Elementos de Euclides.

Vínculo: Ejemplo 3.

El **sentido común** y

La Enciclopedia de Conocimientos Fundamentales:UNAM-SigloXXI (2010)

dice que las Matemáticas provienen de tres fuentes creadoras, que son:

1. La actividad humana
2. El estudio de la naturaleza
3. El estudio de las propias matemáticas

La **actividad humana** genera conceptos y herramientas matemáticas útiles para abordar las situaciones problemáticas de la vida cotidiana (en el comercio, la agricultura, la construcción, la navegación, la comunicación, etc.) Esto da lugar a las ***matemáticas aplicadas***.

La **naturaleza** parece, según Galileo, un libro abierto escrito en lenguaje matemático. Muchos aspectos de la naturaleza, especialmente los que estudia la Física, se comportan “matemáticamente” y esto ha llevado a la creación de conceptos y herramientas matemáticas muy poderosas específicamente desarrolladas para ***comprenderlos***.

Finalmente, **el interés** por entender los propios modelos, conceptos y herramientas **matemáticas**, lleva al planteamiento de nuevos problemas y a la creación de nuevos conceptos, herramientas y métodos matemáticos que pueden identificarse como las ***matemáticas puras***.

La autoridad.

Félix Klein, en su libro:

Matemática elemental desde un punto de vista superior

dice los siguiente:

(Parafraseando, porque son citas largas)

Muchos piensan que se podría y debería enseñar la matemática con un método exclusivamente deductivo empezando con axiomas y deduciendo todo lo demás por lógica. Este proceso no se corresponde con el desarrollo histórico de las matemáticas. En realidad éstas se han desarrollado como un árbol que al mismo tiempo que sus ramas y hojas se extienden hacia arriba, sus raíces penetran más profundamente en el suelo.

Respecto a las matemáticas puras y aplicadas, en la escuela las aplicaciones acompañan desde un principio a la aritmetica de manera que el alumno no solo comprende las reglas sino que hace algo con ellas. ¡Y así debería ser siempre en la enseñanza de las matemáticas! Las relaciones lógicas son como el esqueleto de un organismo. Pretender ignorar las aplicaciones de las matemáticas equivaldría a querer buscar la esencia de un organismo vivo únicamente en su esqueleto, sin tener en cuenta los músculos, los tejidos y los instintos, que son la parte más viva del animal.

En la investigación científica se produce ciertamente una división entre ciencia pura y aplicada, pero cuando esto ocurre debe procurarse que las relaciones entre ambas se conserven para que el desarrollo de la ciencia sea sólido. En todo caso, y hay que hacer énfasis en ello, en la escuela es imposible tal división del trabajo y la especialización de cada profesor no es posible.

Respecto a la teoría de conjuntos... ¿Qué parte puede enseñarse en los colegios? Hay que protestar ante la posibilidad de presentar cosas tan difíciles y abstractas a los alumnos ***demasiado pronto***. La ley fundamental de la biogenética dice que el individuo en su desarrollo recorre en rápida sucesión todos los estados del desarrollo de la especie. En la enseñanza de las matemáticas, al igual que en cualquier otra disciplina, se debe seguir este modelo en su forma general. La enseñanza debe guiar a la juventud lentamente hasta llegar a los temas más difíciles y finalmente a lo abstracto, siguiendo el camino por el que la raza humana ascendió.

El inconveniente fundamental para la difusión de este método tan natural es la falta de conocimiento histórico.

Otra autoridad, no tan indiscutible como Felix Klein, pero con cierto peso en el medio matemático mexicano, El Dr. Luis Montejano, exdirector del Instituto de Matemáticas, hace una bella descripción de lo que es hacer y enseñar matemáticas:

Tener vivencias matemáticas, vivir la experiencia de estudiar un problema, entenderlo, buscar afanosamente una solución y finalmente, después de un gran esfuerzo, encontrarla. Y luego transmitirla a otros, mostrándoles no solo la solución sino las dificultades en cada paso del proceso que llevó a encontrarla.

A modo de Apéndice...

Diferencia entre las matemáticas y otras ciencias

Las matemáticas difieren de las otras ramas del saber en su objeto de estudio: “**lo que se puede aprender y enseñar porque es racional y comprensible**” es algo bien definido y diferente del objeto de estudio de cualquier otra ciencia o rama del saber. Por ejemplo **Física** viene de physis, **naturaleza** e -ica,ciencia, es decir la ciencia de la naturaleza. **Biología** viene de bios **vida** y logos tratado, el estudio de lo vivo. La palabra **Química** tiene un origen más controvertido, pero a la larga significa algo así como ciencia de las transformaciones íntimas de la **materia**.

El objeto de estudio de la **Psicología** es cómo funciona la **mente** humana. El de la **Pedagogía**, es la educación del **niño**. La **Didáctica** se ocupa de lo relativo a la **enseñanza** y es algo muy cercano a las matemáticas, pero no se ocupa de *lo que se puede enseñar* solo de **cómo enseñarlo**. La **Lógica** es el estudio de la **razón** y también es muy cercana a las matemáticas, pero sólo estudia el razonamiento y no aquello sobre lo cual se razona. El buen uso de la razón es necesario para conocer lo que se puede entender, pero en las matemáticas la razón se aplica a algo, no se estudia a sí misma como en la lógica.

“***Lo que se puede aprender y enseñar porque es racional y comprensible***” señala abstracciones, si, pero no al vacío como afirman quienes niegan que las matemáticas son ciencia.