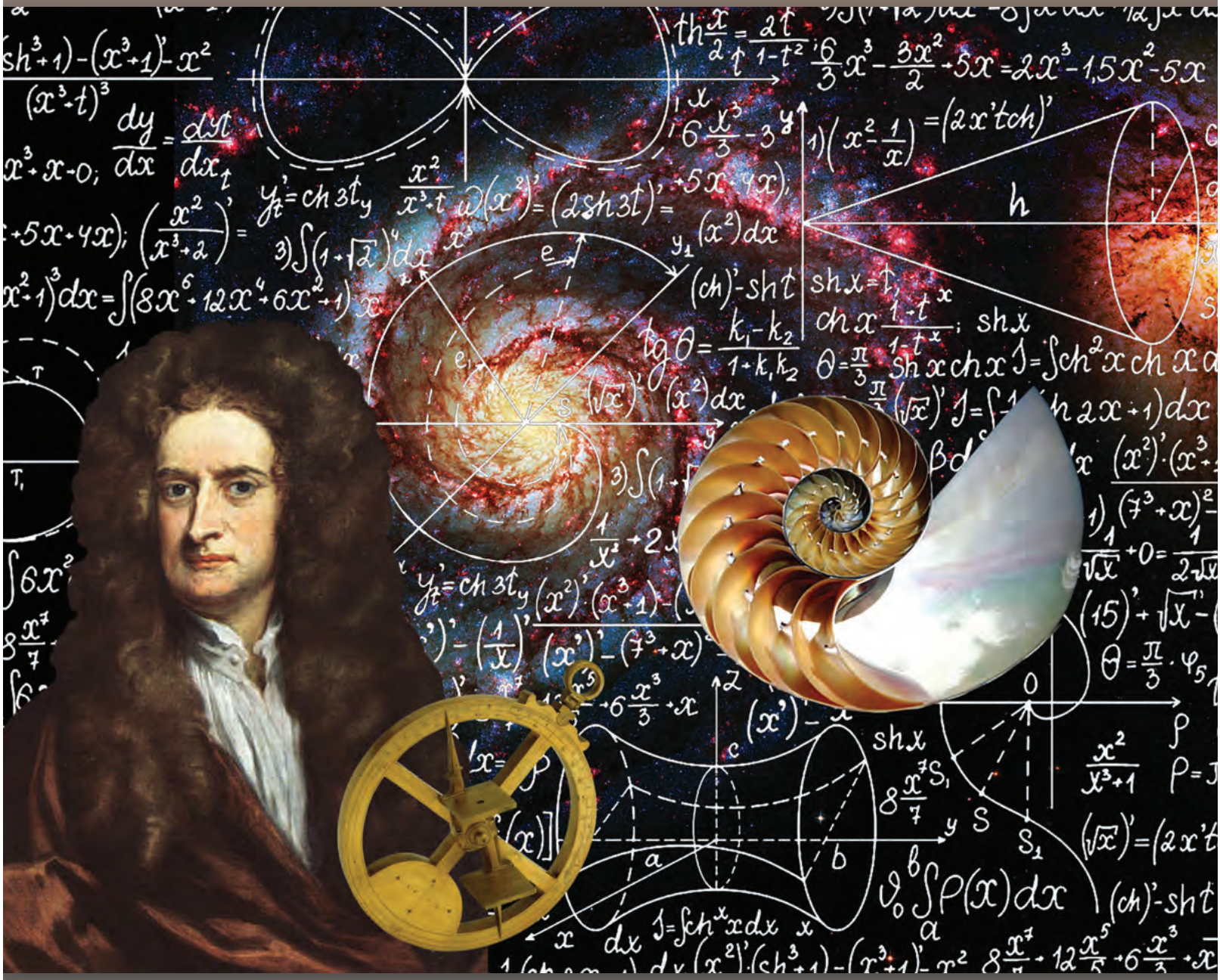
CAMPO DE FORMACIÓN ACADÉMICA. PROGRAMAS DE ESTUDIO



PENSAMIENTO MATEMÁTICO

PENSAMIENTO MATEMÁTICO

El pensamiento matemático y las matemáticas no son lo mismo. Se puede hacer operaciones aritméticas o calcular perímetros y áreas de figuras geométricas sin pensar matemáticamente. De forma contraria, se puede tener un pensamiento matemático y equivocarse con frecuencia al balancear una chequera. ¿Qué es entonces el pensamiento matemático?

Pensamiento matemático se denomina a la forma de razonar que utilizan los matemáticos profesionales para resolver problemas provenientes de diversos contextos, ya sea que surjan en la vida diaria, en las ciencias o en las propias matemáticas. Este pensamiento, a menudo de naturaleza lógica, analítica y cuantitativa, también involucra el uso de estrategias no convencionales, por lo que la metáfora pensar "fuera de la caja", que implica un razonamiento divergente, novedoso o creativo, puede ser una buena aproximación al pensamiento matemático. En la sociedad actual, en constante cambio, se requiere que las personas sean capaces de pensar lógicamente, pero también de tener un pensamiento divergente para encontrar soluciones novedosas a problemas hasta ahora desconocidos.

En el contexto escolar, el campo formativo Pensamiento Matemático busca que los estudiantes desarrollen esa forma de razonar tanto lógica como no convencional —descrita en el párrafo anterior— y que al hacerlo aprecien el valor de ese pensamiento, lo que ha de traducirse en actitudes y valores favorables hacia las matemáticas, su utilidad y su valor científico y cultural.

En la educación básica, este campo formativo abarca la resolución de problemas que requieren el uso de conocimientos de aritmética, álgebra, geometría, estadística y probabilidad. Asimismo, mediante el trabajo individual y colaborativo en las actividades en clase se busca que los estudiantes utilicen el pensamiento matemático al formular explicaciones, aplicar métodos, poner en práctica algoritmos, desarrollar estrategias de generalización y particularización; pero sobre todo al afrontar la resolución de un problema hasta entonces desconocido para ellos. Además se busca que comprendan la necesidad de justificar y argumentar sus planteamientos y la importancia de identificar patrones y relaciones como medio para encontrar la solución a un problema, y que en ese hacer intervenga también un componente afectivo y actitudinal que requiere que los estudiantes aprendan a escuchar a los demás, identifiquen el error como fuente de aprendizaje; se interesen, se involucren y persistan en encontrar la resolución a los problemas; ganen confianza en sí mismos y se convenzan de que las matemáticas son útiles e interesantes, no solo como contenido escolar, sino más allá de la escuela.

El Campo de Formación Académica Pensamiento Matemático está íntimamente relacionado con los otros campos que conforman el currículo de la educación básica. Para resolver un problema matemático se requiere la comprensión lectora y la comunicación oral y escrita. Asimismo, el trabajo en una diversidad de problemas matemáticos permite establecer relaciones naturales y estrechas con el estudio de todas las ciencias, con el arte y con la educación física. Por ello, este Campo de Formación Académica es un elemento esencial del currículo que contribuye a que los estudiantes desarrollen los rasgos del perfil de egreso de la educación básica.

MATEMÁTICAS

1. MATEMÁTICAS EN LA EDUCACIÓN BÁSICA

Las matemáticas son un conjunto de conceptos, métodos y técnicas mediante los cuales es posible analizar fenómenos y situaciones en contextos diversos; interpretar y procesar información, tanto cuantitativa como cualitativa; identificar patrones y regularidades, así como plantear y resolver problemas. Proporcionan un lenguaje preciso y conciso para modelar, analizar y comunicar observaciones que se realizan en distintos campos.

Así, comprender sus conceptos fundamentales, usar y dominar sus técnicas y métodos, y desarrollar habilidades matemáticas en la educación básica tiene el propósito de que los estudiantes identifiquen, planteen, y resuelvan problemas, estudien fenómenos y analicen situaciones y modelos en una variedad de contextos.

Además de la adquisición de un cuerpo de conocimientos lógicamente estructurados, la actividad matemática tiene la finalidad de propiciar procesos para desarrollar otras capacidades cognitivas, como clasificar, analizar, inferir, generalizar y abstraer, así como fortalecer el pensamiento lógico, el razonamiento inductivo, el deductivo y el analógico.

2. PROPÓSITOS GENERALES

1. **Concebir** las matemáticas como una construcción social en donde se formulan y argumentan hechos y procedimientos matemáticos.
2. **Adquirir** actitudes positivas y críticas hacia las matemáticas: desarrollar confianza en sus propias capacidades y perseverancia al enfrentarse a problemas; disposición para el trabajo colaborativo y autónomo; curiosidad e interés por emprender procesos de búsqueda en la resolución de problemas.
3. **Desarrollar** habilidades que les permitan plantear y resolver problemas usando herramientas matemáticas, tomar decisiones y enfrentar situaciones no rutinarias.

3. PROPÓSITOS POR NIVEL EDUCATIVO

Propósitos para la educación preescolar

1. **Usar** el razonamiento matemático en situaciones diversas que demanden utilizar el conteo y los primeros números.
2. **Comprender** las relaciones entre los datos de un problema y usar procedimientos propios para resolverlos.
3. **Razonar** para reconocer atributos, comparar y medir la longitud de objetos y la capacidad de recipientes, así como para reconocer el orden temporal de diferentes sucesos y ubicar objetos en el espacio.

Propósitos para la educación primaria

1. **Utilizar** de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números naturales, fraccionarios y decimales.
2. **Identificar y simbolizar** conjuntos de cantidades que varían proporcionalmente, y saber calcular valores faltantes y porcentajes en diversos contextos.
3. **Usar e interpretar** representaciones para la orientación en el espacio, para ubicar lugares y para comunicar trayectos.
4. **Conocer y usar** las propiedades básicas de triángulos, cuadriláteros, polígonos regulares, círculos y prismas.
5. **Calcular y estimar** el perímetro y el área de triángulos y cuadriláteros, y estimar e interpretar medidas expresadas con distintos tipos de unidad.
6. **Buscar, organizar, analizar e interpretar** datos con un propósito específico, y luego comunicar la información que resulte de este proceso.
7. **Reconocer** experimentos aleatorios y desarrollar una idea intuitiva de espacio muestral.

Propósitos para la educación secundaria

1. **Utilizar** de manera flexible la estimación, el cálculo mental y el cálculo escrito en las operaciones con números enteros, fraccionarios y decimales positivos y negativos.
2. **Perfeccionar** las técnicas para calcular valores faltantes en problemas de proporcionalidad y cálculo de porcentajes.
3. **Resolver** problemas que impliquen el uso de ecuaciones hasta de segundo grado.
4. **Modelar** situaciones de variación lineal, cuadrática y de proporcionalidad inversa; y definir patrones mediante expresiones algebraicas.
5. **Razonar** deductivamente al identificar y usar las propiedades de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares, y del círculo. Asimismo, a partir del análisis

de casos particulares, generalizar los procedimientos para calcular perímetros, áreas y volúmenes de diferentes figuras y cuerpos, y justificar las fórmulas para calcularlos.

6. **Expresar e interpretar** medidas con distintos tipos de unidad, y utilizar herramientas como el teorema de Pitágoras, la semejanza y las razones trigonométricas, para estimar y calcular longitudes.
7. **Elegir** la forma de organización y representación —tabular, algebraica o gráfica— más adecuada para comunicar información matemática.
8. **Conocer** las medidas de tendencia central y decidir cuándo y cómo aplicarlas en el análisis de datos y la resolución de problemas.
9. **Calcular** la probabilidad clásica y frecuencial de eventos simples y mutuamente excluyentes en experimentos aleatorios.

4. ENFOQUE PEDAGÓGICO

En la educación básica, la resolución de problemas es tanto una meta de aprendizaje como un medio para aprender contenidos matemáticos y fomentar el gusto con actitudes positivas hacia su estudio.

En el primer caso, se trata de que los estudiantes usen de manera flexible conceptos, técnicas, métodos o contenidos en general, aprendidos previamente; y en el segundo, los estudiantes desarrollan procedimientos de resolución que no necesariamente les han sido enseñados con anterioridad.

En ambos casos, los estudiantes analizan, comparan y obtienen conclusiones con ayuda del profesor; defienden sus ideas y aprenden a escuchar a los demás; relacionan lo que saben con nuevos conocimientos, de manera general; y le encuentran sentido y se interesan en las actividades que el profesor les plantea, es decir, disfrutan haciendo matemáticas.[136]

La autenticidad de los contextos es crucial para que la resolución de problemas se convierta en una práctica más allá de la clase de matemáticas. Los fenómenos de las ciencias naturales o sociales, algunas cuestiones de la vida cotidiana y de las matemáticas mismas, así como determinadas situaciones lúdicas pueden ser contextos auténticos, pues con base en ellos es posible formular problemas significativos para los estudiantes. Una de las condiciones para que un problema resulte significativo es que represente un reto que el estudiante pueda hacer suyo, lo cual está relacionado con su edad y nivel escolar.

Por lo general, la resolución de problemas en dichos contextos brinda oportunidades para hacer trabajo colaborativo y para que los estudiantes desarrollen capacidades comunicativas.

[136] Sadovsky, Patricia, *Enseñar matemáticas hoy. Miradas, sentidos y desafíos*, México, SEP-Libros del Zorzal, 2000.

La resolución de problemas se hace a lo largo de la educación básica, aplicando contenidos y métodos pertinentes en cada nivel escolar, y transitando de planteamientos sencillos a problemas cada vez más complejos. Esta actividad incluye la modelación de situaciones y fenómenos, la cual no implica obtener una solución.

En todo este proceso la tarea del profesor es fundamental, pues a él le corresponde seleccionar y adecuar los problemas que propondrá a los estudiantes. Es el profesor quien los organiza para el trabajo en el aula, promueve la reflexión sobre sus hipótesis a través de preguntas y contraejemplos, y los impulsa a buscar nuevas explicaciones o nuevos procedimientos. Además, debe promover y coordinar la discusión sobre las ideas que elaboran los estudiantes acerca de las situaciones planteadas, para que logren explicar el porqué de sus respuestas y reflexionen acerca de su aprendizaje.

Por otra parte, el profesor debe participar en las tareas que se realizan en el aula como fuente de información, para aclarar confusiones y vincular conceptos y procedimientos surgidos en los estudiantes con el lenguaje convencional y formal de las matemáticas.

Visto así, el estudio de las matemáticas representa también un escenario muy favorable para la formación ciudadana y para el fortalecimiento de la lectura y escritura, porque privilegia la comunicación, el trabajo en equipo, la búsqueda de acuerdos y argumentos para mostrar que un procedimiento o resultado es correcto o incorrecto, así como la disposición de escuchar y respetar las ideas de los demás y de modificar las propias.

Todo esto hace que la evaluación se convierta en un aspecto de mayor complejidad, tanto por sus implicaciones en el proceso de estudio como por lo que significa para la autoestima del estudiante.

Es por ello que la evaluación no debe circunscribirse a la aplicación de exámenes en momentos fijos del curso, sino que debe ser un medio que permita al profesor y al estudiante conocer las fortalezas y debilidades surgidas en el proceso de aprendizaje. Esto se logra con la observación del profesor al trabajo en el aula, con la recopilación de datos que le permitan proponer tareas para apuntalar donde encuentre fallas en la construcción del conocimiento.[137] En conclusión, la evaluación debe permitir mejorar los factores que intervienen en el proceso didáctico.

Por otra parte, la transversalidad de la resolución de problemas en los programas de matemáticas no significa que todos y cada uno de los temas deban tratarse con esta perspectiva, pues existen contenidos cuyo aprendizaje puede resultar muy complicado si se abordan a partir de situaciones problemáticas —por ejemplo, algunas reglas de transformación de expresiones algebraicas—.

No se debe olvidar que la aplicación de las matemáticas se da en muchos ámbitos que no necesariamente corresponden a la vida cotidiana de los

[137] Casanova, María Antonia, *La evaluación educativa. Escuela básica*, México, SEP, Biblioteca para la actualización del maestro, 1998.

estudiantes, pero que pueden propiciar la construcción de estrategias y conocimientos matemáticos, como en cierto tipo de juegos o algunas situaciones relacionadas con la fantasía.

Mediante actividades que utilizan herramientas tecnológicas es posible promover en los estudiantes la exploración de ideas y conceptos matemáticos, así como el análisis y modelación de fenómenos y situaciones problemáticas. Las herramientas de uso más frecuente en el diseño de actividades para el aprendizaje en matemáticas son las hojas electrónicas de cálculo, los manipuladores simbólicos y los graficadores. El software de uso libre *Geogebra* conjuga las características de los programas anteriores, lo cual permite trabajar con distintas representaciones dinámicas de conceptos y situaciones, como la representación gráfica, la numérica y la algebraica. Una de las potencialidades didácticas de los programas mencionados es que dichas representaciones están dinámicamente vinculadas entre sí. Por medio de una selección adecuada de actividades disponibles en internet, diseñadas con esas herramientas y con otras aplicaciones digitales, el profesor puede incorporar su uso en la clase de matemáticas cuando el plantel cuente con la infraestructura necesaria.

5. DESCRIPCIÓN DE LOS ORGANIZADORES CURRICULARES

Para su estudio, este espacio curricular se organiza en tres ejes temáticos y doce temas:

Número, álgebra y variación

- Número
- Adición y sustracción
- Multiplicación y división
- Proporcionalidad
- Ecuaciones
- Funciones
- Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes

Forma, espacio y medida

- Ubicación espacial
- Figuras y cuerpos geométricos
- Magnitudes y medidas

Análisis de datos

- Estadística
- Probabilidad

Número, álgebra y variación

Este eje incluye los contenidos básicos de aritmética, de álgebra y de situaciones de variación.

Con base en las posibilidades cognitivas de los niños de preescolar, sus experiencias de aprendizaje sobre conteo de colecciones se circunscriben a series de hasta de 20 elementos y a la representación simbólica convencional de los números del 1 al 10, a través de diversas situaciones de comunicación que diferencian sus usos —cardinal, ordinal y nominativo— y sus funciones —medida, transformación y relación—. En preescolar se recurre al planteamiento de problemas cuyos datos no exceden al diez —aunque el resultado pueda llegar hasta el 20— para que los niños los resuelvan con acciones sobre las colecciones y no con operaciones; también es necesario que los niños exploren el comportamiento de la sucesión numérica escrita del 1 al 30: entre más se avanza en la sucesión, el número representa una cantidad con más elementos.

En los niveles de primaria y secundaria se profundiza en el estudio de la aritmética, se trabaja con los números naturales, fraccionarios, decimales y enteros, las operaciones que se resuelven con ellos y las relaciones de proporcionalidad. Se espera que los estudiantes se apropien de los significados de las operaciones y, de esta manera, sean capaces de reconocer las situaciones y los problemas en los que estas son útiles. Además se busca que desarrollen procedimientos sistemáticos de cálculo escrito, accesibles para ellos, y también de cálculo mental.

Dentro del estudio de las operaciones aritméticas, desde los primeros grados de primaria los estudiantes abordan situaciones de variación. Al final de la primaria, en quinto y sexto grados, y en la secundaria, continúan estudiando la variación en el contexto de las relaciones de proporcionalidad, ahora de manera explícita y de manera integrada con el estudio de las fracciones y los decimales. En la secundaria, el estudio de la proporcionalidad se incorpora al de la relación entre variables, en particular al de variación lineal y variación inversamente proporcional.

A la utilización de las herramientas aritméticas se suma, en la secundaria, la de las herramientas algebraicas, por un lado, para generalizar y expresar simbólicamente las propiedades de los números y sus operaciones; y por otro, para representar situaciones y resolver problemas que requieren de la comprensión de conceptos y dominio de técnicas y métodos propios del álgebra. En este nivel escolar, se busca que los estudiantes aprendan álgebra a través del uso flexible de sus elementos fundamentales, a saber, números generales, incógnitas y variables en expresiones algebraicas, ecuaciones y situaciones de variación; en estas últimas, tanto en su expresión simbólica como en su representación por medio de tablas y gráficas cartesianas.

En términos generales, se concibe a la aritmética y al álgebra como herramientas para modelar situaciones problemáticas —matemáticas y extramatemáticas—, y para resolver problemas en los que hay que reconocer variables, simbolizarlas y manipularlas.

Forma, espacio y medida

Este eje incluye los Aprendizajes esperados relacionados con el espacio, las formas geométricas y la medición. Las experiencias dentro del ámbito geométrico

y métrico ayudarán a los alumnos a comprender, describir y representar el entorno en el que viven, así como resolver problemas y desarrollar gradualmente el razonamiento deductivo.

El estudio del espacio, desde las matemáticas, se refiere a comunicar y representar las acciones empíricas mediante un trabajo intelectual en el que se interpretan y producen representaciones gráficas del mismo. El espacio se organiza a través de un sistema de referencias que implica establecer relaciones espaciales —interioridad, proximidad, orientación y direccionalidad— las cuales se crean entre puntos de referencia para ubicar en el espacio objetos o lugares cuya ubicación se desconoce.

En preescolar los niños interpretan y ejecutan expresiones en las que se establecen relaciones espaciales entre objetos. A lo largo de la primaria, los alumnos desarrollan herramientas que les permiten comunicar convencionalmente, de forma verbal y gráfica, la ubicación de seres, objetos, trayectos, así como también de puntos, en un plano cartesiano.

Aprender las características y propiedades de las figuras proporciona herramientas para resolver problemas escolares y extraescolares; también permite iniciarse en un modo de pensar propio de las matemáticas, a saber, el razonamiento deductivo. El estudio de las figuras y los cuerpos es un terreno fértil para la formulación de conjeturas o hipótesis y su validación. Se trata de que los alumnos supongan o anticipen propiedades geométricas y luego traten de validar sus anticipaciones. En la primaria, la validación puede ser empírica. En secundaria, los estudiantes deben poder validar lo que afirman con argumentos en los que se establecen asociaciones. Esto conlleva a iniciarlos en el razonamiento deductivo.

En el nivel preescolar, las experiencias de aprendizaje sobre la forma tienen como propósito desarrollar la percepción geométrica a través de situaciones problemáticas en las que los niños reproducen modelos y construyen configuraciones con figuras y cuerpos geométricos. La percepción geométrica es una habilidad que se desarrolla observando la forma de las figuras, en procesos de ensayo y error; los niños valoran las características geométricas de las figuras para usarlas al resolver problemas específicos. Tanto en la primaria como en la secundaria, los alumnos tendrán que apropiarse paulatinamente de un vocabulario geométrico que les permita comunicar sus anticipaciones y sus validaciones.

El estudio de las magnitudes y su medida es de vital importancia; tanto por el papel que juega en el aprendizaje de otras nociones de matemáticas como por sus numerosas aplicaciones en problemas de las ciencias naturales y sociales. El propósito es que los niños tengan experiencias que les permitan empezar a identificar las magnitudes. Los problemas principales que propician el estudio de las magnitudes consisten en comparar y ordenar objetos atendiendo características comunes. Las maneras de resolverlos se van refinando poco a poco: primero, los alumnos se familiarizan con la magnitud a estudiar mediante comparaciones directas o con un intermediario, posteriormente, estudian maneras en las que estas se pueden medir y, finalmente, aprenden a calcular su medida.

Las magnitudes longitud, área y volumen tienen un fuerte componente geométrico por lo que su estudio permite a los alumnos integrar Aprendizajes esperados referentes tanto a la forma como a la aritmética.

Análisis de datos

Con los Aprendizajes esperados del eje "Análisis de datos" se tiene el propósito de propiciar que los estudiantes adquieran conocimientos y desarrollen habilidades propias de un pensamiento estadístico y probabilístico. Con esto, se espera que fortalezcan los recursos que tienen para analizar y comprender la información que los rodea.

La progresión de Aprendizajes esperados sobre análisis de datos se rige por cuatro ideas fundamentales:

1. **La importancia** de los datos para entender los fenómenos naturales y sociales.
2. **El uso de las distribuciones** y sus representaciones —tablas o gráficas— como recursos para comprender los datos.
3. **El uso de medidas** de tendencia central y de dispersión para reducir la complejidad de los conjuntos de datos y aumentar las posibilidades de operar con ellos.
4. **El estudio de la probabilidad** como método para tratar con la incertidumbre.

El análisis de datos y su representación en tablas o gráficas forman una de las líneas a trabajar en este eje. Estas representaciones constituyen un poderoso instrumento de análisis de datos y son fundamentales para la realización de inferencias. Por ello, no deben concebirse solo como una manera de comunicar la información, sino también como un instrumento útil para la toma de decisiones. Desde preescolar, los niños tienen experiencias sobre análisis de datos. Parten de una pregunta sencilla a la que, para dar respuesta, recaban datos. Luego los organizan en tablas o pictogramas para analizarlos; de esta manera, no solo logran contestar la pregunta original, sino también analizar otros aspectos relacionados con la situación.

En estadística, el paso de lo específico a lo general es fundamental y se logra mediante el cálculo de medias, índices, medidas de variación, etc. Por lo anterior, otra de las líneas a trabajar en este eje, a partir de la primaria, son las medidas de tendencia central y algunas medidas de dispersión de datos. Es importante que los estudiantes entiendan que el uso de la estadística implica incertidumbre y que es conveniente contar con una forma de medir esa incertidumbre, por ejemplo, el estudio de la probabilidad que ofrece métodos para ello.

6. ORIENTACIONES DIDÁCTICAS

Ayudar a los alumnos a aprender matemáticas resulta extraño para muchos maestros identificados con la idea de que su papel es enseñar, en el sentido de transmitir información. Sin embargo, es importante intentarlo, pues abre el camino a un cambio radical en el ambiente del salón de clases: los alumnos

piensan, comentan, discuten con interés y aprenden, y el maestro revalora su trabajo docente. Para alcanzar este planteamiento es necesario trabajar sistemáticamente hasta lograr las siguientes metas:

Comprender la situación implicada en un problema

Ello representa que los alumnos comprendan a fondo el enunciado del problema, así también que identifiquen la información esencial para poder resolverlo. Este ejercicio, que pudiera parecer más propio de la asignatura de Lengua Materna. Español, es fundamental para trazar la ruta de solución. A menudo, los alumnos obtienen resultados incorrectos solamente por una mala lectura del enunciado, por lo tanto es conveniente averiguar cómo analizan la información que reciben de manera oral o escrita.

Plantear rutas de solución

Conviene insistir en que sean los alumnos quienes propongan el camino a seguir. Habrá desconcierto al principio, pero poco a poco se notará un ambiente distinto: los alumnos compartirán ideas, habrá acuerdos y desacuerdos, se expresarán con libertad y se tendrá la certeza de que reflexionan en torno al problema que tratan de resolver. Aquí el papel del docente es propiciar un diálogo productivo, no ofrecer soluciones.

Trabajo en equipo

Esta estrategia ofrece a los alumnos la posibilidad de expresar sus ideas y enriquecerlas con las opiniones de los demás, desarrollar la actitud de colaboración y la habilidad para fundamentar sus argumentos y facilita la puesta en común de los procedimientos que encuentran. El maestro debe insistir en que todos los integrantes asuman la responsabilidad de resolver la tarea, no de manera individual sino colectiva.

Manejo adecuado del tiempo

Una clase en la que los alumnos resuelven problemas con sus propios medios, discuten y analizan sus procedimientos y resultados implica más tiempo. Esta condición orilla a que algunos maestros vuelvan al esquema en el que ellos dan la clase mientras los alumnos escuchan, aunque no comprendan; pero es más provechoso dedicar tiempo a que los alumnos logren conocimientos con significado, desarrollen habilidades para resolver diversos problemas y sigan aprendiendo, en vez de llenarlos con información que pronto olvidarán. Si ellos comprenden lo que estudian, se evita repetir las mismas explicaciones, y se alcanzarán mejores resultados. Asimismo, es indispensable prever tiempo para analizar con los alumnos lo que producen, aclarar ideas, aportar información o explicaciones necesarias para que puedan avanzar en sus conclusiones y también tiempo para formalizar los conocimientos implicados en los problemas.

Diversificar el tipo de problemas

Conviene pensar en situaciones o actividades que propicien la aplicación de diferentes herramientas matemáticas o que impliquen el uso de la tecnología.

También es favorable incluir en la planificación actividades adicionales para aquellos alumnos que pueden enfrentar situaciones más complejas o para los que necesiten apoyo para comprender los conceptos matemáticos.

Compartir experiencias con otros profesores

Será de gran ayuda que los maestros compartan experiencias entre ellos en torno al estudio de las matemáticas, pues, sean estas exitosas o no, les permitirá mejorar permanentemente su trabajo.

7. SUGERENCIAS DE EVALUACIÓN

Como se ha mencionado anteriormente en este documento, la evaluación tiene un enfoque formativo porque se centra en los procesos de aprendizaje y da seguimiento al progreso de los alumnos. Es importante insistir como docente en que ellos asuman la responsabilidad de reflexionar sobre sus propios avances y ofrecerles acompañamiento para decidir estrategias de mejora o fortalecimiento. En este sentido, los errores de los alumnos son una oportunidad de aprendizaje para ellos y también para el maestro, en la medida en que estos se analicen, discutan y se tomen como base para orientar estrategias de aprendizaje.

Con el fin de tener más elementos para describir el avance de los alumnos en matemáticas, se establecen estas líneas de progreso que definen el punto inicial y la meta a la que se puede aspirar en el desempeño de los alumnos.

De resolver problemas con ayuda a solucionarlos autónomamente

Resolver problemas de manera autónoma implica que los alumnos se hagan cargo del proceso de principio a fin, considerando que el fin no es solo encontrar el resultado, sino comprobar que este es correcto.

De la justificación pragmática al uso de propiedades

Los conocimientos y las habilidades se construyen mediante la interacción entre los alumnos, el objeto de conocimiento y el maestro; un elemento importante en este proceso es la explicación de procedimientos y resultados. De manera que se espera que los alumnos pasen de explicaciones tipo "porque así me salió", a los argumentos apoyados en propiedades conocidas.

De los procedimientos informales a los procedimientos expertos

Al iniciarse el estudio de un tema o de un nuevo tipo de problemas, los alumnos usan procedimientos informales, y es tarea del maestro que dichos procedimientos evolucionen hacia otros cada vez más eficaces. El carácter de informal depende del problema que se trate de resolver; por ejemplo, para un problema multiplicativo la suma es un procedimiento "no experto", pero esta misma operación es un procedimiento experto para un problema aditivo.

Una relación personal creativa, significativa y de confianza en la propia capacidad con las matemáticas, no se da de un día para otro. Requiere de un trabajo constante por parte del maestro y los alumnos; la evaluación formativa es una herramienta que contribuye a este cambio, ya que genera oportunidades para que los alumnos se vuelvan aprendices activos y proporciona información al maestro que le permite mejorar su labor docente.

8. DOSIFICACIÓN DE LOS APRENDIZAJES ESPERADOS

EJES	Temas	PREESCOLAR			PRIMARIA			
					PRIMER CICLO		SEGUNDO CICLO	
		1º	2º	3º	1º	2º	3º	4º
		Aprendizajes esperados						
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Número**	• Cuenta colecciones no mayores a 20 elementos. • Comunica de manera oral y escrita los primeros 10 números en diversas situaciones y de diferentes maneras, incluida la convencional. • Compara, iguala y clasifica colecciones con base en la cantidad de elementos. • Relaciona el número de elementos de una colección con la sucesión numérica escrita del 1 al 30. • Identifica algunas relaciones de equivalencia entre monedas de $1, $2, $5 y $10 en situaciones de compra y venta. • Resuelve problemas a través del conteo y con acciones sobre las colecciones.			• Comunica, lee, escribe y ordena números naturales hasta 1000.		• Comunica, lee, escribe y ordena números naturales de hasta cinco cifras. • Usa fracciones con denominador hasta 12 para expresar relaciones parte-todo, medidas y resultados de repartos.	
	Adición y sustracción				• Resuelve problemas de suma y resta con números naturales hasta 1000. Usa el algoritmo convencional para sumar. • Calcula mentalmente sumas y restas de números de dos cifras, dobles de números de dos cifras y mitades de números pares menores que 100.		• Resuelve problemas de suma y resta con números naturales hasta de cinco cifras. • Calcula mentalmente, de manera exacta y aproximada, sumas y restas de números múltiplos de 100 hasta de cuatro cifras. • Resuelve problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador (hasta doceavos).	
	Multiplicación y división				• Resuelve problemas de multiplicación con números naturales menores que 10.		• Resuelve problemas de multiplicación con números naturales cuyo producto sea de cinco cifras. Usa el algoritmo convencional para multiplicar. • Resuelve problemas de división con números naturales y cociente natural (sin algoritmo). • Calcula mentalmente, de manera aproximada y exacta, multiplicaciones de un número de dos cifras por uno de una cifra, y divisiones con divisor de una cifra.	

PRIMARIA		SECUNDARIA		
TERCER CICLO		1º	2º	3º
5º	6º			
Aprendizajes esperados				
• Lee, escribe y ordena números naturales hasta de cualquier cantidad de cifras, fracciones y números decimales. • Estima e interpreta números en el sistema de numeración maya. • Lee y escribe números romanos. • Resuelve problemas que impliquen el uso de números enteros al situarlos en la recta numérica, y al compararlos y ordenarlos.		• Convierte fracciones decimales a notación decimal y viceversa. Aproxima algunas fracciones no decimales usando la notación decimal. Ordena fracciones y números decimales.		• Determina y usa los criterios de divisibilidad y los números primos. Usa técnicas para determinar el mínimo común múltiplo (mcm) y el máximo común divisor (MCD).
• Resuelve problemas de suma y resta con números naturales, decimales y fracciones con denominadores, uno múltiplo del otro. Usa el algoritmo convencional para sumar y restar decimales. • Calcula mentalmente, de manera exacta y aproximada, sumas y restas de decimales.		• Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.		
• Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador natural y de división con cociente o divisor naturales.		• Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, y de división con decimales. • Determina y usa la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales (para multiplicación y división solo números positivos).	• Resuelve problemas de multiplicación y división con fracciones y decimales positivos. • Resuelve problemas de multiplicación y división con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos. • Resuelve problemas de potencias con exponente entero y aproxima raíces cuadradas.	

EJES	Temas	PREESCOLAR			PRIMARIA			
					PRIMER CICLO		SEGUNDO CICLO	
		1º	2º	3º	1º	2º	3º	4º
		Aprendizajes esperados						
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Proporcionalidad**							
	Ecuaciones							
	Funciones							
	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes							
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Ubicación espacial**	• Ubica objetos y lugares cuya ubicación desconoce, mediante la interpretación de relaciones espaciales y puntos de referencia.					• Representa y describe oralmente o por escrito trayectos para ir de un lugar a otro en su entorno cercano (aula, casa, escuela) o en su comunidad.	

PRIMARIA		SECUNDARIA		
TERCER CICLO		1º	2º	3º
5º	6º			
Aprendizajes esperados				
• Compara razones expresadas mediante dos números naturales (n por cada m) y con una fracción (n/m de); calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante número natural. • Resuelve problemas de cálculo de porcentajes y de tanto por ciento. • Calcula mentalmente porcentajes (50%, 25%, 10% y 1%) que sirvan de base para cálculos más complejos.		• Calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal (incluye tablas de variación). • Resuelve problemas de cálculo de porcentajes, de tanto por ciento y de la cantidad base.	• Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.	
		• Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.	• Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.	• Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.
		• Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.	• Analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.	• Analiza y compara diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica, que resultan de modelar situaciones y fenómenos de la física y de otros contextos.
• Analiza sucesiones de números y de figuras con progresión aritmética y geométrica.		• Formula expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar propiedades de la sucesión que representan.	• Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones. • Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica la equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).	• Formula expresiones de segundo grado para representar propiedades del área de figuras geométricas y verifica la equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente. • Diferencia las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones.
• Lee, interpreta y diseña croquis, planos y mapas para comunicar oralmente o por escrito la ubicación de seres u objetos y trayectos. • Resuelve situaciones que impliquen la ubicación de puntos en el plano cartesiano.				

EJES	Temas	PREESCOLAR			PRIMARIA			
					PRIMER CICLO		SEGUNDO CICLO	
		1º	2º	3º	1º	2º	3º	4º
		Aprendizajes esperados						
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Figuras y cuerpos geométricos**	• Reproduce modelos con formas, figuras y cuerpos geométricos. • Construye configuraciones con formas, figuras y cuerpos geométricos.			• Construye y describe figuras y cuerpos geométricos.		• Construye y analiza figuras geométricas, en particular triángulos y cuadriláteros, a partir de comparar lados, ángulos, paralelismo, perpendicularidad y simetría.	
	Magnitudes y medidas	• Identifica la longitud de varios objetos a través de la comparación directa o mediante el uso de un intermediario. • Compara distancias mediante el uso de un intermediario. • Mide objetos o distancias mediante el uso de unidades no convencionales. • Usa unidades no convencionales para medir la capacidad con distintos propósitos. • Identifica varios eventos de su vida cotidiana y dice el orden en que ocurren. • Usa expresiones temporales y representaciones gráficas para explicar la sucesión de eventos.			• Estima, mide, compara y ordena longitudes y distancias, pesos y capacidades, con unidades no convencionales, y con metro no graduado en centímetros, así como kilogramo y litro, respectivamente. • Estima, compara y ordena eventos usando unidades convencionales de tiempo: minuto, hora, semana, mes y año.		• Estima, compara y ordena longitudes y distancias, pesos y capacidades con unidades convencionales, medios y cuartos así como decímetro, centímetro, milímetro, mililitro y gramo. • Compara y ordena la duración de diferentes sucesos usando unidades convencionales de tiempo, incluyendo media hora, cuarto de hora y minuto. Lee el tiempo en relojes de manecillas y digitales. • Estima, compara y ordena superficies de manera directa, con unidades no convencionales y convencionales.	
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**	• Contesta preguntas en las que necesite recabar datos; los organiza a través de tablas y pictogramas que interpreta para contestar las preguntas planteadas.			• Recolecta, registra y lee datos en tablas.		• Recolecta, registra y lee datos en tablas, y lee pictogramas sencillos y gráficas de barras. • Toma decisiones con base en el uso y la interpretación de la moda de un conjunto de datos.	
	Probabilidad							

PRIMARIA		SECUNDARIA		
TERCER CICLO		1º	2º	3º
5º	6º			
Aprendizajes esperados				
• Construye triángulos e identifica y traza sus alturas. • Construye círculos a partir de diferentes condiciones, y prismas y pirámides rectos cuya base sean cuadriláteros o triángulos.		• Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos.	• Deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.	• Construye polígonos semejantes. Determina y usa criterios de semejanza de triángulos. • Resuelve problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.
• Resuelve problemas que involucran longitudes y distancias, pesos y capacidades, con unidades convencionales, incluyendo el kilómetro y la tonelada. • Calcula el perímetro de polígonos y del círculo. • Calcula y compara el área de triángulos y cuadriláteros mediante su transformación en un rectángulo. • Estima, compara y ordena el volumen de prismas cuya base sea un cuadrilátero mediante el conteo de cubos.		• Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y aplicando fórmulas. • Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.	• Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros, desarrollando y aplicando fórmulas. • Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.	• Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.
• Recolecta, registra y lee datos en tablas y gráficas de barras. Lee gráficas circulares. • Toma decisiones con base en el uso y la interpretación de la moda, la media aritmética y el rango de un conjunto de datos.		• Recolecta, registra y lee datos en gráficas circulares. • Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos, y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.	• Recolecta, registra y lee datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea. • Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana), el rango y la desviación media de un conjunto de datos, y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.	• Compara la tendencia central (media, mediana y moda) y dispersión (rango y desviación media) de dos conjuntos de datos.
• Determina y registra en tablas de frecuencias los resultados de experimentos aleatorios.		• Realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial.	• Determina la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.	• Calcula la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes.

9. APRENDIZAJES ESPERADOS POR GRADO

MATEMÁTICAS. PREESCOLAR		
EJES	**Temas**	**Aprendizajes esperados**
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Número**	• Resuelve problemas a través del conteo y con acciones sobre las colecciones. • Cuenta colecciones no mayores a 20 elementos. • Comunica de manera oral y escrita los números del 1 al 10 en diversas situaciones y de diferentes maneras, incluida la convencional. • Compara, iguala y clasifica colecciones con base en la cantidad de elementos. • Relaciona el número de elementos de una colección con la sucesión numérica escrita, del 1 al 30. • Identifica algunas relaciones de equivalencia entre monedas de $1, $2, $5 y $10 en situaciones reales o ficticias de compra y venta.
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Ubicación espacial**	• Ubica objetos y lugares cuya ubicación desconoce, a través de la interpretación de relaciones espaciales y puntos de referencia.
	Figuras y cuerpos geométricos	• Reproduce modelos con formas, figuras y cuerpos geométricos. • Construye configuraciones con formas, figuras y cuerpos geométricos.
	Magnitudes y medidas	• Identifica la longitud de varios objetos a través de la comparación directa o mediante el uso de un intermediario. • Compara distancias mediante el uso de un intermediario. • Mide objetos o distancias mediante el uso de unidades no convencionales. • Identifica varios eventos de su vida cotidiana y dice el orden en que ocurren. • Usa expresiones temporales y representaciones gráficas para explicar la sucesión de eventos. • Usa unidades no convencionales para medir la capacidad con distintos propósitos.
ANÁLISIS DE DATOS	**Recolección y representación de datos**	• Contesta preguntas en las que necesite recabar datos y los organiza a través de tablas y pictogramas que interpreta para contestar las preguntas planteadas.

MATEMÁTICAS. PRIMARIA. 1º		
EJES	**Temas**	**Aprendizajes esperados**
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Número**	• Lee, escribe y ordena números naturales hasta 100.
	Adición y sustracción	• Resuelve problemas de suma y resta con números naturales menores que 100. • Calcula mentalmente sumas y restas de números de una cifra y de múltiplos de 10.
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Figuras y cuerpos geométricos**	• Construye configuraciones utilizando figuras geométricas.
	Magnitudes y medidas	• Estima, compara y ordena longitudes, pesos y capacidades, directamente y, en el caso de las longitudes, también con un intermediario. • Estima, compara y ordena eventos usando unidades convencionales de tiempo: día, semana y mes.
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**	• Recolecta datos y hace registros personales.

MATEMÁTICAS. PRIMARIA. 2º		
EJES	**Temas**	**Aprendizajes esperados**
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Número**	• Lee, escribe y ordena números naturales hasta 1 000.
	Adición y sustracción	• Resuelve problemas de suma y resta con números naturales hasta 1 000. • Usa el algoritmo convencional para sumar. • Calcula mentalmente sumas y restas de números de dos cifras, dobles de números de dos cifras y mitades de números pares menores que 100.
	Multiplicación y división	• Resuelve problemas de multiplicación con números naturales menores que 10.
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Figuras y cuerpos geométricos**	• Construye y describe figuras y cuerpos geométricos.
	Magnitudes y medidas	• Estima, mide, compara y ordena longitudes y distancias, pesos y capacidades, con unidades no convencionales y el metro no graduado, el kilogramo y el litro, respectivamente. • Estima, compara y ordena eventos usando unidades convencionales de tiempo: día, semana, mes y año.
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**	• Recolecta, registra y lee datos en tablas.

MATEMÁTICAS. PRIMARIA. 3º		
EJES	**Temas**	**Aprendizajes esperados**
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Número**	• Lee, escribe y ordena números naturales hasta 10 000. • Usa fracciones con denominador dos, cuatro y ocho para expresar relaciones parte-todo, medidas y resultados de repartos.
	Adición y sustracción	• Resuelve problemas de suma y resta con números naturales hasta 10 000. Usa el algoritmo convencional para restar. • Calcula mentalmente, de manera exacta y aproximada, sumas y restas con números hasta de tres cifras. • Resuelve problemas de suma y resta con fracciones del mismo denominador (medios, cuartos y octavos).
	Multiplicación y división	• Resuelve problemas de multiplicación con números naturales cuyo producto sea hasta de tres cifras. • Calcula mentalmente multiplicaciones de números de una cifra por números de una cifra y por múltiplos de 10, así como divisiones con divisores y cocientes de una cifra. • Resuelve problemas de división con números naturales hasta 100, con divisores de una cifra (sin algoritmo).
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Ubicación espacial**	• Representa y describe oralmente la ubicación de seres u objetos, y de trayectos para ir de un lugar a otro en su entorno cercano (aula, casa, escuela).
	Figuras y cuerpos geométricos	• Construye y analiza figuras geométricas, en particular triángulos, a partir de comparar sus lados y su simetría.
	Magnitudes y medidas	• Estima, compara y ordena longitudes y distancias, pesos y capacidades usando metro, kilogramo, litro y medios y cuartos de estas unidades, y en el caso de la longitud, el centímetro. • Compara y ordena la duración de diferentes sucesos usando la hora, media hora, cuarto de hora y los minutos; lee relojes de manecillas y digitales.
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**	• Recolecta, registra y lee datos en tablas. • Lee pictogramas sencillos.

MATEMÁTICAS. PRIMARIA. 4º		
EJES	**Temas**	**Aprendizajes esperados**
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Número**	• Lee, escribe y ordena números naturales hasta de cinco cifras. • Usa fracciones con denominadores hasta 12 para expresar relaciones parte-todo, medidas, y resultados de repartos.
	Adición y sustracción	• Resuelve problemas de suma y resta con números naturales hasta de cinco cifras. • Calcula mentalmente, de manera exacta y aproximada, sumas y restas de números múltiplos de 100 hasta de cuatro cifras. • Resuelve problemas de suma y resta de fracciones con el mismo denominador (hasta doceavos).
	Multiplicación y división	• Resuelve problemas de multiplicación con números naturales cuyo producto sea de cinco cifras. Usa el algoritmo convencional para multiplicar. • Resuelve problemas de división con números naturales y cociente natural (sin algoritmo). • Calcula mentalmente, de manera aproximada y exacta, multiplicaciones de un número de dos cifras por uno de una cifra y divisiones con divisor de una cifra.
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Ubicación espacial**	• Representa y describe oralmente o por escrito trayectos para ir de un lugar a otro en su comunidad.
	Figuras y cuerpos geométricos	• Construye y analiza figuras geométricas, en particular cuadriláteros, a partir de comparar sus lados, simetría, ángulos, paralelismo y perpendicularidad.
	Magnitudes y medidas	• Estima, compara y ordena longitudes y distancias, capacidades y pesos con unidades convencionales: milímetro, mililitro y gramo. • Estima, compara y ordena superficies de manera directa y con unidades no convencionales.
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**	• Recolecta, registra y lee datos en tablas. • Lee gráficas de barras. • Usa e interpreta la moda de un conjunto de datos.

MATEMÁTICAS. PRIMARIA. 5º		
EJES	**Temas**	**Aprendizajes esperados**
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Número**	• Lee, escribe y ordena números naturales hasta de nueve cifras y decimales. • Ordena fracciones con denominadores múltiplos.
	Adición y sustracción	• Resuelve problemas de suma y resta con decimales y fracciones con denominadores, uno múltiplo del otro. • Calcula mentalmente, de manera exacta y aproximada, sumas y restas de múltiplos de 100 hasta de cinco cifras y de fracciones usuales.
	Multiplicación y división	• Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador en número natural. • Resuelve problemas de división con números naturales y cociente fraccionario o decimal. • Usa el algoritmo convencional para dividir con dividendos hasta de tres cifras. • Calcula mentalmente, de manera aproximada, multiplicaciones de números naturales hasta dos cifras por tres, y divisiones hasta tres entre dos cifras; calcula mentalmente multiplicaciones de decimales por 10, 100, 1000.
	Proporcionalidad	• Compara razones expresadas mediante dos números naturales (n por cada m); calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa con números naturales (incluyendo tablas de variación).
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Ubicación espacial**	• Diseña e interpreta croquis para comunicar oralmente o por escrito la ubicación de seres u objetos y trayectos.
	Figuras y cuerpos geométricos	• Construye círculos a partir de diferentes condiciones. • Construye prismas rectos rectangulares a partir de su desarrollo plano.
	Magnitudes y medidas	• Resuelve problemas involucrando longitudes y distancias, pesos y capacidades con unidades convencionales, incluyendo kilómetro y tonelada. • Resuelve problemas que implican calcular el perímetro de polígonos y del círculo, y el área de rectángulos con unidades convencionales (m^2 y cm^2).
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**	• Recolecta, registra y lee datos en tablas y gráficas de barras, e interpreta la moda.
	Probabilidad	• Identifica juegos en los que interviene o no el azar. • Registra resultados de experimentos aleatorios en tablas de frecuencia (frecuencia relativa, frecuencia absoluta).

MATEMÁTICAS. PRIMARIA. 6º		
EJES	**Temas**	**Aprendizajes esperados**
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Número**	• Lee, escribe y ordena números naturales de cualquier cantidad de cifras, fracciones y números decimales. • Estima e interpreta números en el sistema de numeración maya. • Lee y escribe números romanos. • Resuelve problemas que impliquen el uso de números enteros al situarlos en la recta numérica, compararlos y ordenarlos.
	Adición y sustracción	• Resuelve problemas de suma y resta con números naturales, decimales y fracciones. • Usa el algoritmo convencional para sumar y restar decimales. • Calcula mentalmente, de manera exacta y aproximada, sumas y restas de decimales.
	Multiplicación y división	• Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales, con multiplicador número natural, y de división con cociente o divisores naturales.
	Proporcionalidad	• Compara razones expresadas mediante dos números naturales (n por cada m) y con una fracción (n/m). • Calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con un número natural como constante. • Resuelve problemas de cálculo de porcentajes y de tanto por ciento. • Calcula mentalmente porcentajes (50%, 25%, 10% y 1%) que sirvan de base para cálculos más complejos.
	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	• Analiza sucesiones de números y de figuras con progresión aritmética y geométrica.
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Ubicación espacial**	• Lee, interpreta y diseña planos y mapas para comunicar oralmente o por escrito la ubicación de seres, objetos y trayectos. • Resuelve situaciones que impliquen la ubicación de puntos en el plano cartesiano.
	Figuras y cuerpos geométricos	• Construye triángulos con regla y compás, traza e identifica sus alturas. • Construye prismas y pirámides rectos cuya base sea un rectángulo o un triángulo a partir de su desarrollo plano.
	Magnitudes y medidas	• Calcula y compara el área de triángulos y cuadriláteros mediante su transformación en un rectángulo. • Estima, compara y ordena el volumen de prismas rectos rectangulares mediante el conteo de cubos.
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**	• Lee gráficas circulares.
		• Usa e interpreta la moda, la media aritmética y el rango de un conjunto de datos.
	Probabilidad	• Determina los resultados posibles de un experimento aleatorio.

MATEMÁTICAS. SECUNDARIA. 1º		
EJES	**Temas**	**Aprendizajes esperados**
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Número**	• Convierte fracciones decimales a notación decimal y viceversa. Aproxima algunas fracciones no decimales usando la notación decimal. Ordena fracciones y números decimales.
	Adición y sustracción	• Resuelve problemas de suma y resta con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos.
	Multiplicación y división	• Resuelve problemas de multiplicación con fracciones y decimales y de división con decimales. • Determina y usa la jerarquía de operaciones y los paréntesis en operaciones con números naturales, enteros y decimales (para multiplicación y división, solo números positivos).
	Proporcionalidad	• Calcula valores faltantes en problemas de proporcionalidad directa, con constante natural, fracción o decimal (incluyendo tablas de variación). • Resuelve problemas de cálculo de porcentajes, de tanto por ciento y de la cantidad base.
	Ecuaciones	• Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones lineales.
	Funciones	• Analiza y compara situaciones de variación lineal a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con estos tipos de variación.
	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	• Formula expresiones algebraicas de primer grado a partir de sucesiones y las utiliza para analizar propiedades de la sucesión que representan.
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Figuras y cuerpos geométricos**	• Analiza la existencia y unicidad en la construcción de triángulos y cuadriláteros, y determina y usa criterios de congruencia de triángulos.
	Magnitudes y medidas	• Calcula el perímetro de polígonos y del círculo, y áreas de triángulos y cuadriláteros desarrollando y aplicando fórmulas. • Calcula el volumen de prismas rectos cuya base sea un triángulo o un cuadrilátero, desarrollando y aplicando fórmulas.
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**	• Recolecta, registra y lee datos en gráficas circulares. • Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana) y el rango de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.
	Probabilidad	• Realiza experimentos aleatorios y registra los resultados para un acercamiento a la probabilidad frecuencial.

MATEMÁTICAS. SECUNDARIA. 2º		
EJES	**Temas**	**Aprendizajes esperados**
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Multiplicación y división**	• Resuelve problemas de multiplicación y división con fracciones y decimales positivos. • Resuelve problemas de multiplicación y división con números enteros, fracciones y decimales positivos y negativos. • Resuelve problemas de potencias con exponente entero y aproxima raíces cuadradas.
	Proporcionalidad	• Resuelve problemas de proporcionalidad directa e inversa y de reparto proporcional.
	Ecuaciones	• Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas.
	Funciones	• Analiza y compara situaciones de variación lineal y proporcionalidad inversa, a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica. Interpreta y resuelve problemas que se modelan con este tipo de variación, incluyendo fenómenos de la física y otros contextos.
	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	• Verifica algebraicamente la equivalencia de expresiones de primer grado, formuladas a partir de sucesiones. • Formula expresiones de primer grado para representar propiedades (perímetros y áreas) de figuras geométricas y verifica equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente (análisis de las figuras).
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Figuras y cuerpos geométricos**	• Deduce y usa las relaciones entre los ángulos de polígonos en la construcción de polígonos regulares.
	Magnitudes y medidas	• Resuelve problemas que implican conversiones en múltiplos y submúltiplos del metro, litro, kilogramo y de unidades del sistema inglés (yarda, pulgada, galón, onza y libra). • Calcula el perímetro y área de polígonos regulares y del círculo a partir de diferentes datos. • Calcula el volumen de prismas y cilindros rectos.
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**	• Recolecta, registra y lee datos en histogramas, polígonos de frecuencia y gráficas de línea. • Usa e interpreta las medidas de tendencia central (moda, media aritmética y mediana), el rango y la desviación media de un conjunto de datos y decide cuál de ellas conviene más en el análisis de los datos en cuestión.
	Probabilidad	• Determina la probabilidad teórica de un evento en un experimento aleatorio.

MATEMÁTICAS. SECUNDARIA. 3º		
EJES	**Temas**	**Aprendizajes esperados**
NÚMERO, ÁLGEBRA Y VARIACIÓN	**Número**	• Determina y usa los criterios de divisibilidad y los números primos. • Usa técnicas para determinar el mcm y el MCD.
	Ecuaciones	• Resuelve problemas mediante la formulación y solución algebraica de ecuaciones cuadráticas.
	Funciones	• Analiza y compara diversos tipos de variación a partir de sus representaciones tabular, gráfica y algebraica, que resultan de modelar situaciones y fenómenos de la física y de otros contextos.
	Patrones, figuras geométricas y expresiones equivalentes	• Formula expresiones de segundo grado para representar propiedades del área de figuras geométricas y verifica la equivalencia de expresiones, tanto algebraica como geométricamente. • Diferencia las expresiones algebraicas de las funciones y de las ecuaciones.
FORMA, ESPACIO Y MEDIDA	**Figuras y cuerpos geométricos**	• Construye polígonos semejantes. Determina y usa criterios de semejanza de triángulos. • Resuelve problemas utilizando las razones trigonométricas seno, coseno y tangente.
	Magnitudes y medidas	• Formula, justifica y usa el teorema de Pitágoras.
ANÁLISIS DE DATOS	**Estadística**	• Compara la tendencia central (media, mediana y moda) y dispersión (rango y desviación media) de dos conjuntos de datos.
	Probabilidad	• Calcula la probabilidad de ocurrencia de dos eventos mutuamente excluyentes.

10. EVOLUCIÓN CURRICULAR

Afrontar nuevos retos

Cimentar logros

ASPECTOS DEL CURRÍCULO ANTERIOR QUE PERMANECEN

- El enfoque didáctico para el estudio de las matemáticas es la resolución de problemas. Este enfoque implica plantear situaciones problemáticas interesantes y retadoras que inviten a los alumnos a reflexionar, a encontrar diferentes formas de resolverlas y a formular argumentos para validar los resultados; así como también que favorezcan el empleo de distintas técnicas de resolución y el uso del lenguaje matemático para interpretar y comunicar sus ideas.
- El aprendizaje se sustenta en los conocimientos previos de los alumnos, de tal forma que ellos aprovechen lo que saben y avancen en la construcción de conocimientos cada vez más complejos y en el uso de técnicas más eficaces.
- La actividad fundamental en los procesos de estudio de la asignatura es el razonamiento; sin embargo, los ejercicios de práctica y el uso de la memoria son complementarios y necesarios para facilitar el tránsito a procesos más complejos.
- El enfoque de la evaluación de la asignatura es formativo. Se trata de un proceso sistemático cuyo propósito es mejorar el desempeño de los alumnos, a partir de la observación de sus procesos de aprendizaje y el seguimiento a sus progresos. Un objetivo importante es que ellos tengan oportunidades para reflexionar acerca de lo que saben, lo que están aprendiendo y lo que les falta por aprender.

HACIA DÓNDE SE AVANZA EN ESTE CURRÍCULO

- Se tiene una posición más clara sobre la concepción de las matemáticas y sobre el papel de la resolución de problemas.
- Las "Orientaciones didácticas" se recuperan, con explicaciones, sugerencias de actividades y algunas articulaciones posibles.
- Se integró el eje "Número, Álgebra y Variación" que ahora incluye "Proporcionalidad".
- En aritmética se nombran los temas de acuerdo con las operaciones básicas. Se mantiene el estudio de los sistemas de numeración romano y maya. En sexto grado se introducen los números enteros.
- El álgebra es una herramienta vinculada al estudio de la variación. El álgebra simbólica se inicia con la resolución de problemas por medio de la formulación y solución de ecuaciones. Se continúa con la variación de relaciones funcionales y finalmente, se estudia la generalización mediante el análisis de sucesiones numéricas y figurativas, y la simbolización algebraica de sus reglas.
- Hay mayor énfasis en la equivalencia de expresiones algebraicas. La manipulación algebraica está orientada a la resolución de problemas, a procesos de generalización y a la modelación de situaciones de variación.
- Se eliminó el estudio de la proporcionalidad múltiple y el interés compuesto. En primero de secundaria se explicitan los problemas de valor faltante.
- Por su amplio uso social, la ubicación espacial se trabaja a partir de tercer grado; en sexto se estudian los cuatro cuadrantes del plano cartesiano.
- "La construcción de cuerpos" es el eje para el estudio de las características de las figuras. En secundaria se inicia el desarrollo del razonamiento deductivo. Se omitió el estudio de las traslaciones y rotaciones, construcción de conos a partir de su desarrollo plano, homotecia, ángulos en el círculo y teorema de Tales.
- El tema "Medida", ahora es "Magnitudes y medidas", para enfatizar la importancia de la magnitud en sí misma. Antes de medir magnitudes se estiman, comparan y ordenan.
- Se retrasó el estudio de los ángulos; las fórmulas con literales para calcular área y las conversiones de medidas pasan a secundaria.
- Se omitieron múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado, el análisis de las secciones de corte a un cilindro o cono por un plano y el volumen del cono.
- El eje "Manejo de la información", se reorganizó y ahora es "Análisis de datos", que incluye solo "Estadística" y "Probabilidad". El estudio de la probabilidad ahora se inicia en primaria.