44. FUNCIONES Y SUS GRÁFICAS. ESTÁNDARES

Eugenia Marmolejo Rivas
ginauco@gmail.com

1 Descripción

Gráficas de funciones lineales, cuadráticas, polinomiales, racionales, trigonométricas, trigonométricas inversas, exponenciales y logarítmicas. Sumas, productos y cocientes de funciones. Traslación de funciones. Funciones inversas. Funciones definidas por partes. Funciones escalonadas. Funciones discontinuas. Funciones no definidas en algunos puntos. Funciones definidas sólo en una región. Continuidad, continuidad lateral, límites infinitos y límites al infinito. Aprovecha el uso de la computadora para dibujar las gráficas de todas estas funciones y ayudar a que el estudiante se familiarice con ellas y relacione más fácilmente su comportamiento numérico con la forma de las gráficas.

2 Familias de funciones lineales: $x \to ax + b$

A los alumnos de bavillerato se les debe enseñar a:

Representar las funciones mediante tablas.

Dada una función, generar valores, a mano, o usando una hoja de cálculo.

Ejemplo: $x \to 3x + 1$

x	3x+1
-4.0	-11.0
-3.5	-9.5
-3.0	-8.0
-2.5	-6.5
-2.0	-5.0
-1.5	-2.0
-1.0	-11.0
-0.5	-0.5
-0.0	1.0
1.0	4.0
1.5	5.5

Figure 1: Tabla de la función $x \to 3x + 1$

Dibujar diagramas como los que se muestran a continuación.

Ejemplo si $x \to 3x + 1$:

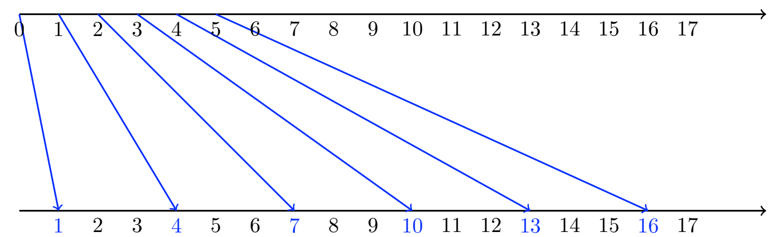

Figure 2: Diagrama de $x \to 3x + 1$

Conocer algunas propiedades de los diagramas.

Observar que si $a = 1$, se obtiene la siguiente familia de funciones: $x \to x + b$, en la que las flechas son paralelas.

Ejemplo: $x \to x - 1$:

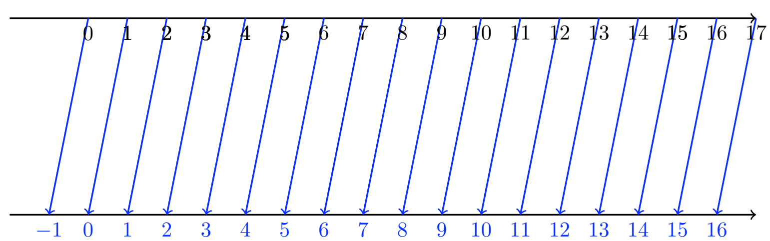

Figure 3: Diagrama de $x \to x - 1$

Observar que si $a \neq 1$, y $b = 0$ se obtiene la siguiente familia de funciones: $x \to ax$, las cauales se intersecan en un punto en el eje y. Ejemplo: $x \to 2x$

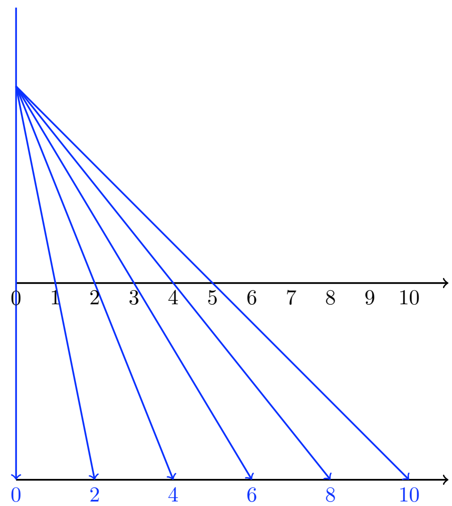

Figure 4: Diagrama de $x \to 2x$

Observar que se tiene un escalamiento.

Saber que la función $f(x) = x$ se llama función identidad y que la función $f(x) = c$, con c un número real es la función constante.

Ejemplo. $f(x) = 7$:

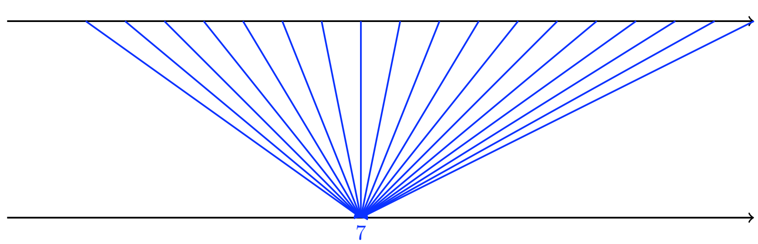

Figure 5

Saber que toda función lineal tiene inversa.

Ejemplo. La inversa de multiplicar por tres y luego sumar uno es restar uno y luego dividir entre tres. En símbolos: La inversa de $x \to 3x + 1$ es $x \to \frac{x-1}{3}$.

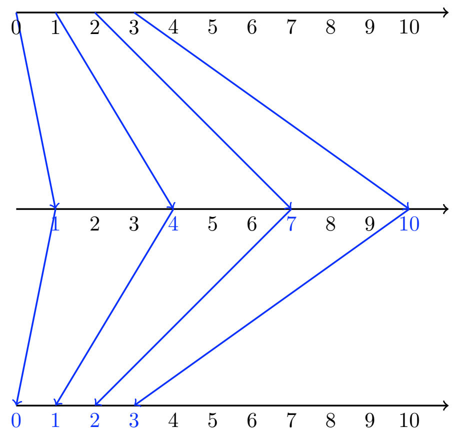

Figure 6: Función $x \to 3x + 1$ y su inversa

Encontrar la inversa de funciones lineales: $x \to ax + b$:

$x \to 5 - x$

$x \to 2x - 1$

$x \to 3(2x + 2)$

$x \to \frac{x+b}{3}$

$x \to \frac{1}{3}x - 4$

Visualizar el significado de que el límite de la función f **es** L **cerca** a.

Ejemplo. $lim_{x\to 3} 2x = 6$.

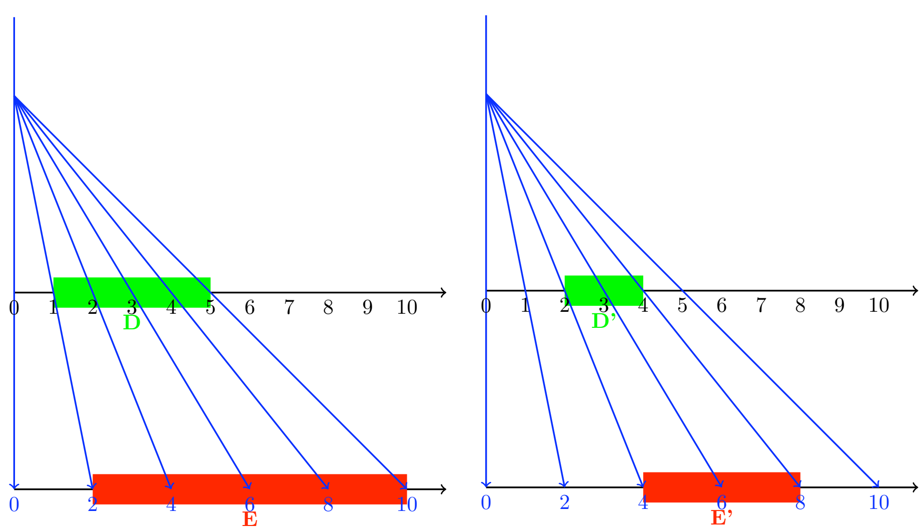

Figure 7

Se puede garantizar que $f(x) = 2x$ esté cerca de 6, dentro del intervalo abierto E, en rojo; si se consideran los valores de x cercanos a 3 dentro del intervalo D, en verde. Observar que el intervalo E es el mayor que cumple lo dicho, cualquier intervalo más pequeño que contenga a a, es válido.

Saber, que en general, el intervalo D depende del intervalo E. Si tomamos un intervalo E' más pequeño, por lo general, será necesario elegir un intervalo D' más pequeño.

Representar gráficas en coordenadas cartesianas

Ejemplo si $x \to 3x + 1$:

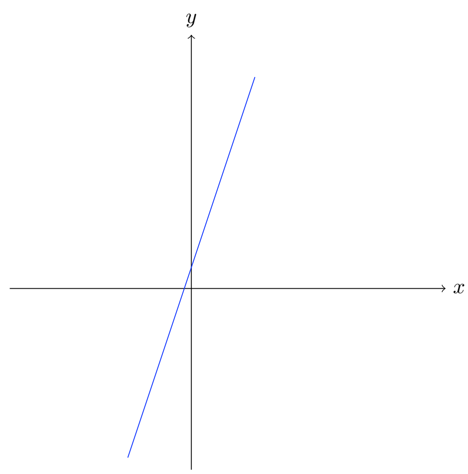

Figure 8: Gráfica

Encontrar la pendiente de funciones dadas en la forma pendiente-ordenada: $y = mx + b$.

Comparar el cambio en y con el correspondiente cambio en x.