



MATEMÁTICAS

Seminario Universitario para la Mejora
de la Enseñanza de las Matemáticas

**Secuencia didáctica
Correlación y regresión**

Presentación

Esta secuencia didáctica está diseñada con el propósito de explorar las ideas de correlación y ajuste de rectas por mínimos cuadrados. Igualmente busca desarrollar la toma de decisiones a partir del análisis de dos variables aparejadas.

Todas las secuencias están organizadas con actividades de apertura, desarrollo y cierre, mediante las cuales se pretende plantear problemas a los estudiantes que los lleven al descubrimiento o reconstrucción de los conceptos que se desea enseñarles. Durante el desarrollo de las actividades, los estudiantes guardarán algunas evidencias de aprendizaje en portafolios electrónicos individuales, para favorecer la evaluación del proceso de aprendizaje.

Ficha técnica

Escuela Nacional Preparatoria	No se contempla en el programa
Colegio de Ciencias y Humanidades	Estadística y Probabilidad I
Tema	Correlación y regresión
Objetivos	<ul style="list-style-type: none">• Por medio del software Winstats, explorar y comprender los conceptos de correlación, ajuste de puntos a una recta por mínimos cuadrados y regresión lineal.• Por medio del software Fathom, tomar una decisión al analizar dos variables correlacionadas.
Contenidos	Recta de regresión. Ajuste de curvas por mínimos cuadrados. Correlación. Coeficiente de correlación. Diagrama de dispersión.
Duración	Dos sesiones de 120 minutos cada una.
Población	Alumnos de quinto semestre del CCH, inscritos en la materia de Estadística y Probabilidad. Grupos de aproximadamente 50 alumnos.
Recursos	Hojas de papel, lápices, calculadoras, computadoras con editor de texto, paquete Winstats y paquete Fathom,

Autor

proyector, pizarrón o pantalla, gises, proyector.
Grupo de Formación de Profesores del SUMEM,
Seminario Universitario para la Mejora de la Enseñanza
de las Matemáticas.

Actividad de apertura

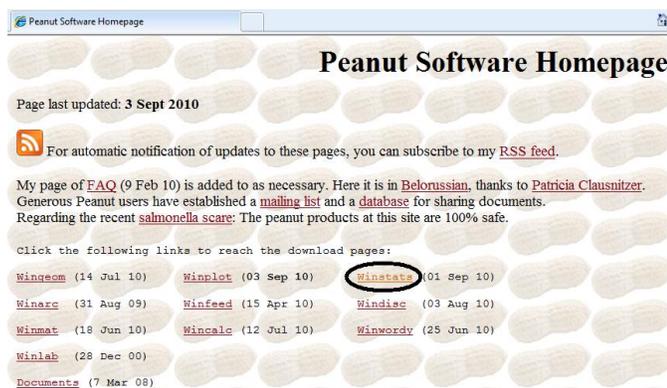
Actividad 2:

Recursos: Hojas de papel con la secuencia impresa, computadoras con el paquete Winstats instalado.

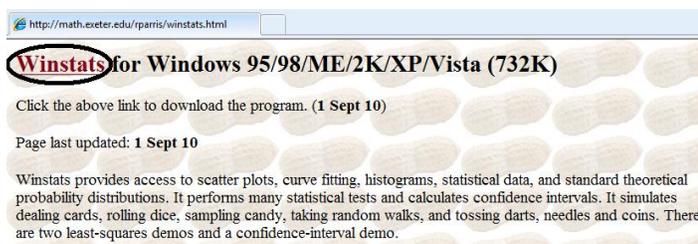
Preséntese al grupo la siguiente actividad:

Sigue las siguientes instrucciones y completa la actividad.

1. *Abre el sitio de Internet <http://math.exeter.edu/rparris/>, busca la liga Winstats y ábrela.*



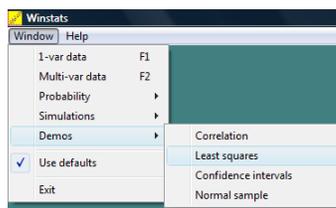
2. *Descarga el paquete Winstats desde la liga que se muestra. Al hacerlo aparecerá una ventana en la que debes elegir la opción Ejecutar.*



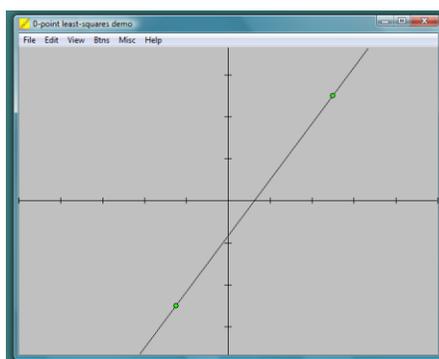
3. *Una vez instalado, abre el paquete desde el icono correspondiente.*



4. En el menú Window, selecciona la opción Demos, y después la opción Least squares (mínimos cuadrados).



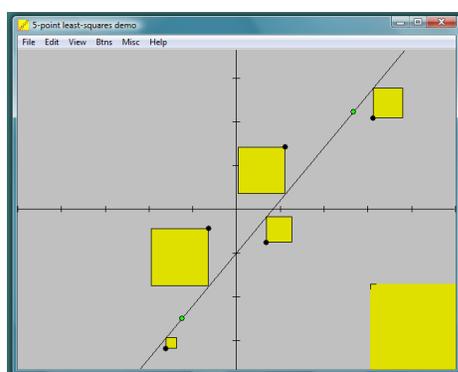
5. Aparecerá la siguiente ventana:



6. ¿Qué tipo de función se muestra en el sistema coordenado?
-

7. ¿Cuántos puntos son suficientes para definir una función de este tipo?
-

8. Usando el botón derecho del ratón, coloca algunos puntos en el plano cartesiano, y fuera de la recta. También puedes arrastrar los puntos verdes con el ratón si deseas cambiar la recta de posición.



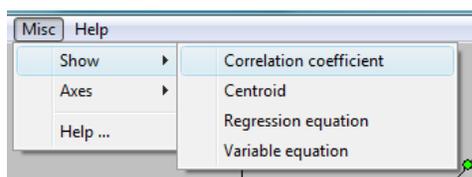
9. ¿Qué representan los cuadros amarillos que se generaron desde los puntos que colocaste?

10. Selecciona un punto con el botón izquierdo del ratón, y sin soltar el botón, arrastra el punto a otra posición distinta a la que se encuentra. ¿Qué ocurre con el cuadro que se genera desde ese punto?

11. ¿Qué ocurre con el cuadro mayor en el extremo inferior derecho?

12. Arrastra todos los puntos de manera que queden sobre la recta y observa lo que pasa con el cuadro del extremo inferior derecho. ¿Qué representa este cuadro?

13. Abre el menú Misc, selecciona la opción Show, y luego la opción Correlation coefficient (coeficiente de correlación). Aparecerá correlation coeff, refiriéndose al coeficiente de correlación, en la esquina superior izquierda del plano cartesiano seguido por un cierto valor.



14. Arrastra de nuevo los puntos negros fuera de la recta y observa el valor del coeficiente de correlación. ¿Qué le ocurre?

15. Aleja lo más posible los puntos de la recta. ¿Qué ocurre con el coeficiente de correlación?

16. Colócalos de nuevo todos sobre la recta, lo más exacto posible. ¿Qué ocurre con el coeficiente de correlación?

17. Explica qué consideras que significa el coeficiente de correlación dentro del ejercicio y qué información puede darte respecto a los puntos que colocaste y a la recta que te dio el programa.

Observe los procedimientos que va desarrollando cada alumno para dar respuesta a las preguntas y las argumentaciones que construya. Si tiene muchos estudiantes seleccione dos o tres propuestas diferentes para que sean compartidas con todo el grupo, aunque no necesariamente correctas.



Lo importante es llegar a una conclusión sobre los que representan los cuadros amarillos y a las primeras conceptualizaciones de lo que es el coeficiente de correlación y la recta de mejor ajuste a partir de la minimización de los cuadrados.

Al presentar sus propuestas ante el grupo, los alumnos deberán justificar sus respuestas, de modo tal que pueda establecerse que los estudiantes son capaces de argumentar con claridad y certeza un determinado hecho estadístico observado en los demos. Ayude a los estudiantes a observar que cada respuesta efectivamente corresponda a la pregunta que se trata de resolver.



Indique a todos los estudiantes que conserven una copia de sus actividades respondidas. Pueden utilizar un escáner o grabar una imagen fija con los teléfonos celulares.



Es muy importante que no se valide ninguna de las argumentaciones iniciales, dejando las opciones abiertas. De esta forma se incentiva la presentación de distintas alternativas y no la aprobación del profesor.

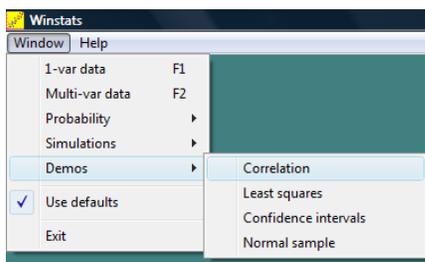
Actividades de desarrollo

Actividad 2:

Recursos: Hojas de papel con la secuencia impresa, computadoras con el paquete Wisnats instalado.

Solicítese al grupo realizar ahora la siguiente actividad:

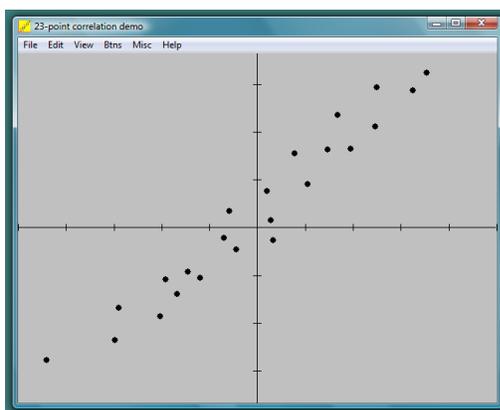
1. Abre el paquete Winstats y en el menú Window, selecciona la opción Demos, y después la opción Correlation (correlación).



2. Aparecerá una ventana con un plano cartesiano. Usando el botón derecho del ratón, coloca dos puntos, y solamente dos. Aparecerá de nuevo el valor del coeficiente de correlación en la esquina superior izquierda. En caso de no ocurrir, abre el menú Misc, la opción Show y la opción Correlation coefficient, tal y como se hizo en la actividad anterior. ¿Cuánto vale el coeficiente de correlación?
-

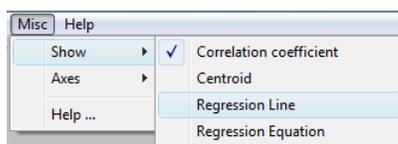
3. ¿Cómo es este valor comparado con los que observaste al final de la actividad anterior?
-

4. Coloca más puntos sobre el plano cartesiano, con el botón derecho del ratón. Procura que se vean más o menos alineados.

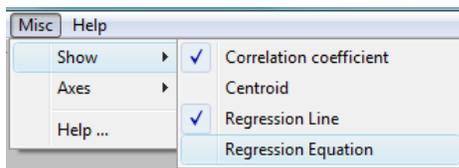


5. ¿Qué ocurre con el valor del coeficiente de correlación?
-

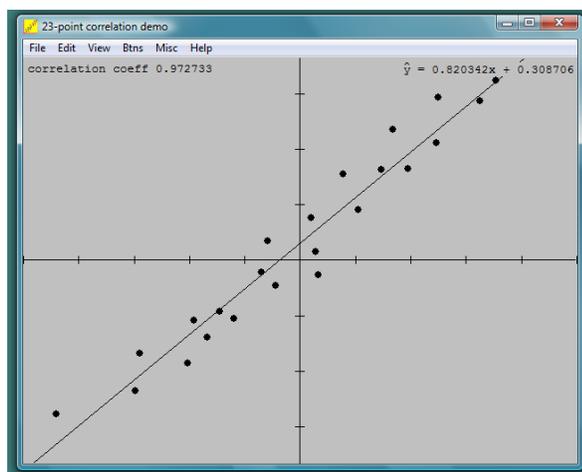
6. Abre el menú Misc, opción Show y selecciona Regression Line (recta de regresión).



7. En el mismo menú Misc, opción Show, selecciona la opción Regression Equation (ecuación de la recta de regresión).



Ahora tu plano cartesiano deberá mostrar algo parecido a esto:



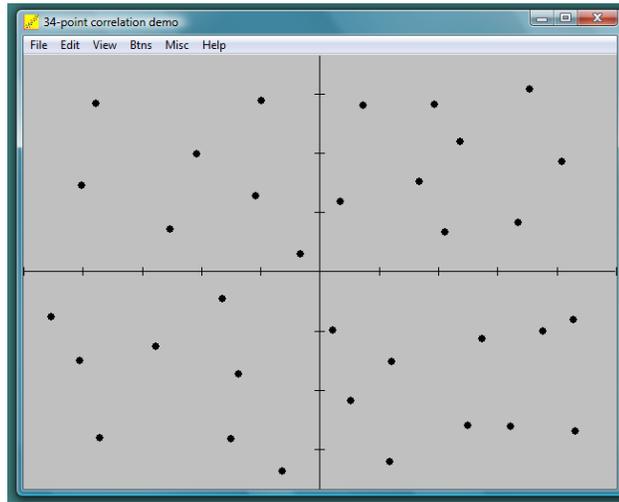
8. ¿Qué representa la línea recta que aparece con los puntos?

9. ¿Qué representa la expresión algebraica en el extremo superior derecho de la ventana?

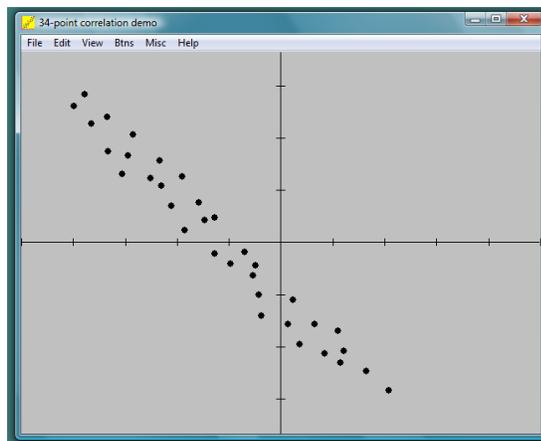
10. ¿Cómo es el coeficiente constante para la variable x en esta expresión, y qué representa?

11. Arrastra los puntos de manera que queden razonablemente sobre la línea. ¿Qué ocurre con el valor del coeficiente de correlación?

12. Ahora arrastra los puntos de manera que queden lo más dispersos posible dentro del plano cartesiano. ¿Qué ocurre con la recta y con el valor del coeficiente de correlación?



13. Ahora arrastra los puntos de manera que se queden más o menos alineados, pero de manera decreciente.



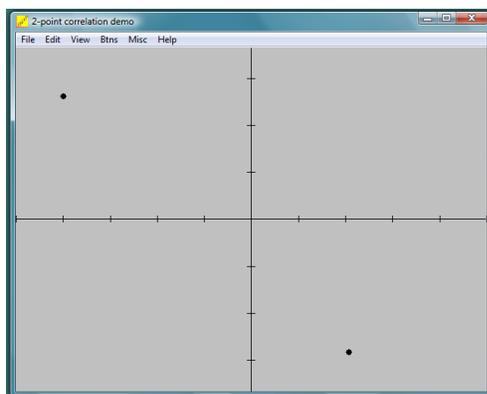
14. ¿Qué ocurrió con la recta?

15. ¿Cómo es ahora el valor del coeficiente de correlación?

16. ¿Cómo es ahora el valor del coeficiente constante de x en la expresión algebraica?

17. ¿A qué consideras que se debe este comportamiento?

18. Para borrar los puntos, puedes dar "clic" con el botón derecho del ratón sobre cada uno de ellos. Borra todos, excepto dos.



19. ¿Qué ocurre con la recta y con el valor del coeficiente de correlación?

20. Revisa la respuesta del punto 7 de la actividad anterior. ¿Qué implica que el coeficiente de correlación tome los valores que aparecieron en los puntos 2 y 19 de esta actividad?

21. ¿Entre qué cantidades puede tomar valores el coeficiente de correlación?

22. De acuerdo con lo que observaste en la práctica y con tu respuesta en el punto 17 de la actividad, anota tus conclusiones respecto a lo que representan el coeficiente de

correlación, la recta de regresión y su ecuación, y qué información nos dan al trabajar con datos bivariados.

Observe los procedimientos que va desarrollando cada alumno para dar respuesta a las preguntas y las argumentaciones que construya. Si tiene muchos estudiantes seleccione dos o tres propuestas diferentes para que sean compartidas con todo el grupo, aunque no necesariamente correctas.



Lo importante es llegar a una conclusión sobre los que representa el coeficiente de correlación, y qué relación guarda con la pendiente de la recta de mejor ajuste.

Al presentar sus propuestas ante el grupo, los alumnos deberán justificar sus respuestas, de modo tal que pueda establecerse que los estudiantes son capaces de argumentar con claridad y certeza un determinado hecho estadístico observado en los demos. Ayude a los estudiantes a observar que cada respuesta efectivamente corresponda a la pregunta que se trata de resolver.



Indique a todos los estudiantes que conserven una copia de sus actividades respondidas. Pueden utilizar un escáner o grabar una imagen fija con los teléfonos celulares.



Es muy importante que no se valide ninguna de las argumentaciones iniciales, dejando las opciones abiertas. De esta forma se incentiva la presentación de distintas alternativas y no la aprobación del profesor.

Para saber más



Karl Pearson

1857-1936. Científico y genetista británico.

Karl Pearson fue historiador, escribió sobre folklore, fue un socialista convencido, abogado, matemático aplicado, biómetra, estadístico, maestro y biógrafo. Pero sin duda su contribución más importante es al nacimiento de la *Estadística Aplicada*. Es por lo que le debemos el mayor crédito, en frase de él mismo "*Hasta que los fenómenos de cualquier rama del conocimiento no hayan sido sometidos a medida y número, no se puede decir que se trate de una ciencia*".

Introdujo el *método de los momentos* para la obtención de estimadores, el *sistema de curvas de frecuencias* para disponer de distribuciones que pudieran aplicarse a los distintos fenómenos aleatorios, desarrolló la *correlación lineal* para aplicarla a la teoría de la herencia y de la evolución.

<http://www.mat.ucm.es/~villegas/ArtPearson2007.pdf>

<http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Biographies/Pearson.html>

http://es.wikipedia.org/wiki/Karl_Pearson

Actividad de cierre:

Actividad 3:

Recursos: Copia impresa de la actividad, hojas de papel, lápices, calculadoras.

Platése al grupo la siguiente actividad:

En la siguiente tabla se muestra la clasificación combinada del número de millas por galón y el volumen del motor para nueve automóviles subcompactos, con transmisión automática, de cuatro cilindros y que utilizan gasolina. El tamaño del motor se da en pulgadas cúbicas totales de cilindrada. Encuentren la recta de mejor ajuste y trácenla sobre el diagrama de dispersión. ¿Cuál de los nueve vehículos sería la mejor opción de compra?

VEHICULO	CILINDRADA <i>x</i>	Km/lt (COMBINADO) <i>y</i>
VW Rabbit	1.6	10.2
Datsun 210	1.4	12.3
Chevette	1.6	11.1
Dodge Omni	1.7	10.2
Mazda 626	1.9	10.2
Oldsmobil Starfire	2.5	9.4
Mercury Capri	2.3	9.8
Toyota Celica	2.2	9.8
Datsun 810	2.2	8.9

Organice a los estudiantes en equipos de cuatro personas. Indíqueles que pueden trazar el diagrama de dispersión correspondiente, construir la recta de ajuste y calcular el coeficiente de correlación, en aras de realizar un mejor análisis de la situación. Se recomienda ampliamente ir

orientando a los estudiantes en el uso de la calculadora para la obtención del coeficiente de correlación y de los parámetros de la recta de ajuste, en el caso de que no se cuente con equipo de cómputo. Es preferible que los estudiantes realicen la actividad en el paquete Fathom.

En el caso de llevar a cabo la actividad con Fathom, deberán seguirse estos pasos:

- a) Abre el paquete con el icono  Fathom 2 .
- b) Arrastra el icono New Collection, , localizado en la parte superior de la ventana de Fathom al área de trabajo. Haciendo doble clic sobre la palabra Collection puedes cambiar el nombre. Por ejemplo, puede renombrarse como Huevo.
- c) Arrastra el icono New Case Table, , al área de trabajo.
- d) En la tabla, haz clic sobre **<new>** y asigna un nombre a las variables. Puede ser Cilindrada y Rendimiento, por ejemplo. Evita usar caracteres especiales.
- e) Captura los datos de los tiempos del mismo modo en el que se haría en cualquier hoja de cálculo.
- f) Para graficar, arrastra el icono New Graph, , al área de trabajo, y luego arrastra el nombre de la variable Cilindrada desde la tabla hasta la horizontal del espacio gráfico que acabas de colocar; luego arrastra del mismo modo el nombre de variable Rendimiento al eje vertical.
- g) Abre el menú Graph y selecciona la opción Least-Squares Line. En el diagrama de dispersión aparecerá la recta de ajuste, y en la parte baja del gráfico se mostrarán la ecuación de la recta y el coeficiente de correlación al cuadrado.

Observe las argumentaciones que cada equipo vaya construyendo. Si tiene muchos estudiantes seleccione dos o tres propuestas diferentes para que sean compartidas con todo el grupo, aunque no necesariamente correctas.



Lo importante es llegar a una conclusión sobre cuál de los vehículos es la mejor opción de compra, descartando la idea de que es aquel que más se apega a la recta de ajuste.

Al presentar sus propuestas ante el grupo, los alumnos deberán justificar sus respuestas, de modo tal que pueda establecerse que los estudiantes son capaces de argumentar con claridad y certeza un determinado hecho estadístico. Ayude a los estudiantes a observar que cada respuesta efectivamente corresponda a la pregunta que se trata de resolver.



Indique a todos los estudiantes que conserven una copia de la actividad desarrollada por su equipo en sus portafolios individuales. Pueden utilizar un escáner o grabar una imagen fija con los teléfonos celulares.

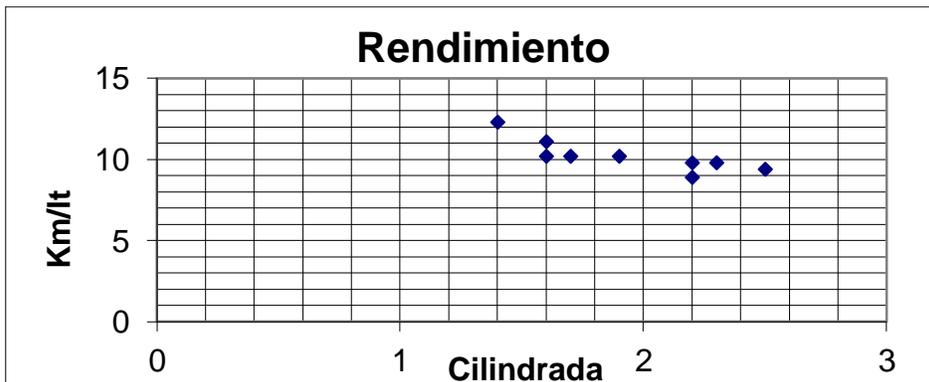


Es muy importante que no se valide ninguna de las argumentaciones iniciales, dejando las opciones abiertas. De esta forma se incentiva la presentación de distintas alternativas y no la aprobación del profesor.



Si cuentan con tabletas o lap top, puede proyectarse la situación planteada en un proyecto Fathom, desde el dispositivo. Si no se cuenta con el paquete Fathom, es posible usar la hoja de cálculo.

El diagrama de dispersión deberá ser similar a este:



A partir de esta representación, deberá guiarse la discusión grupal al hecho de que lo deseable es un vehículo con la mayor potencia posible y el menor consumo posible, simultáneamente, y no aquel vehículo que se comporte de acuerdo a la recta, ya que ese tendrá una “potencia promedio” y un “rendimiento promedio”.

¿Qué aprendimos?

1. El concepto de coeficiente de correlación.
2. El concepto de recta de mejor ajuste.
3. El concepto de ajuste por mínimos cuadrados.
4. La representación de variables numéricas aparejadas en un diagrama de dispersión.
5. La interpretación de la información dada por el coeficiente de correlación.
6. La interpretación de la información dada por el diagrama de dispersión.

Evaluación

La evaluación se llevará a cabo con la revisión de los portafolios de evidencias. Estos portafolios se fueron construyendo durante el desarrollo de la secuencia didáctica. Cada estudiante fue guardando las soluciones propuestas para los problemas, ya sea por equipos o individuales. Al finalizar la secuencia pida a los estudiantes que formen parejas para revisar el contenido de los portafolios de cada uno. Para la revisión, harán uso de los siguientes lineamientos:

- 1.- Verificar que el portafolio contiene todas las evidencias indicadas.
- 2.- Analizar los procedimientos desarrollados para dar solución a las actividades: ¿cambiaron la manera de ver la forma de calcular probabilidades? ¿Les sirvieron las formas de representación para responder a las preguntas? ¿Consiguieron sistematizar los conceptos aprendidos en el resumen? ¿Consiguieron resolver, por medio de complementos u alguna otra vía, la falacia del fiscal y dar una adecuada interpretación de sus implicaciones?
- 3.- Elaborar un texto breve donde expresen lo aprendido en esta secuencia didáctica.

Pida a algunas parejas de estudiantes que compartan el análisis de sus respectivos portafolios.

Acreditación

Finalmente, responderán de manera individual al siguiente planteamiento para obtener una calificación:

La ahijada de Hugo está próxima a cumplir quince años y él ha decidido regalarle un anillo que conmemore la fecha. El problema que tiene es que no conoce la medida del dedo de su ahijada, y no quiere preguntarle para no echar a perder la sorpresa, de manera que lo que hizo fue comparar su mano con la de ella, y por tanteo se dio cuenta que, de la muñeca a la punta del dedo medio, la mano de su ahijada mide 13 cm. ¿Bastará ese dato para darse una idea del diámetro del dedo de la futura festejada? Discutan algunas ideas.

Ahora, propongan alguna idea que ayude a resolver el problema. Avalen su propuesta por medios estadísticos.

Referencias

Gómez, M. *Karl Pearson, el creador de la Estadística Matemática*. Universidad Complutense de Madrid.

The MacTutor History of Mathematics archive. <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/Biographies/Pearson.html>, revisado el 25 de junio de 2014.

Wikipedia The free enciclopedia. http://es.wikipedia.org/wiki/Karl_Pearson, revisado el 25 de junio de 2014.

Iconos



Recomendaciones para el profesor



Información adicional, para saber más.



Recomendaciones para el uso de tabletas o teléfonos.



Indicación de registro de evidencias en un portafolios.



Indicación de trabajo en salón de cómputo.