

Cálculo de primitivas

El segundo Teorema Fundamental del Cálculo nos marca la necesidad de abordar el cálculo de primitivas. Este proceso no es fácil, ni dada una función se tiene garantía de poder obtener una primitiva expresada en función de un número finito de operaciones funcionales con un número finito de funciones elementales.

Analizaremos a continuación algunos métodos de integración o cálculo de primitivas, siendo conscientes que abarcamos sólo una parte de los mismos, pero que representa una parte significativa y que es necesario conocer.

Integrales inmediatas

La lectura inversa de la tabla de derivadas permite construir una tabla de integrales inmediatas que es la base inicial a considerar como partida. En esta tabla no indicaremos la constante que diferencia a las infinitas primitivas.

Constante	$\int k \, dx = kx$
-----------	---------------------

Potencias	$\int x^a dx = \frac{x^{a+1}}{a+1}$ si $a \neq -1$
Exponenciales	$\int e^x dx = e^x$
	$\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a}$
Logaritmicas	$\int \frac{1}{x} dx = \ln x $
Trigonometricas	$\int \cos x dx = \text{sen} x$
	$\int \text{sen} x dx = -\cos x$
	$\int (1 + \text{tg}^2 x) dx = \text{tg} x$
Trigonometricas inversas	$\int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx = \arcsen x$
	$\int \frac{1}{1+x^2} dx = \arctg x$

Descomposici3n

La aplicaci3n de la linealidad de la integraci3n:

$$\int (af(x) + bg(x)) dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx$$

permite descomponer una integral en varias. Por ejemplo:

$$\begin{aligned}
 & \int \left(3 \cos(x) - 4x^2 + \frac{2}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx \\
 &= 3 \int \cos x \, dx - 4 \int x^2 dx + 2 \int \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx \\
 &= 3 \operatorname{sen} x - 4 \frac{x^3}{3} + \operatorname{arcsen} x + C
 \end{aligned}$$

Integrales cuasi-inmediatas

Como aplicación de la regla de la cadena podemos construir una tabla de integrales cuasi-inmediatas:

Potencias	$\int f^a f' \, dx = \frac{f^{a+1}}{a+1} \text{ si } a \neq -1$
Exponenciales	$\int e^f f' \, dx = e^f$
	$\int a^f f' \, dx = \frac{a^f}{\ln a}$
Logaritmicas	$\int \frac{1}{f} f' \, dx = \ln f $
Trigonometricas	$\int \cos(f) f' \, dx = \operatorname{sen} f$
	$\int \operatorname{sen}(f) f' \, dx = -\cos f$

	$\int (1 + tg^2 f) f' dx = tg f$
Trigonómicas inversas	$\int \frac{1}{\sqrt{1-f^2}} f' dx = \arcsen f$
	$\int \frac{1}{1+f^2} f' dx = \arctg f$

a partir de la cual pueden calcularse primitivas. Se denominan cuasi-inmediatas porque su resolución es inmediata sin más que hacer una atenta observación del integrando e identificar la regla de la cadena.

En la escena de la derecha puede practicarse este método.