¿De verdad son importantes las matemáticas?

¿Por qué? ¿Para qué?

José Luis Abreu León

Instituto de Matemáticas, UNAM

Laboratorio de Innovación en Tecnología Educativa LITE

¿Cuál es la pregunta que le hacen con más frecuencia los alumnos al maestro de matemáticas?

¿Para qué me va a servir esto?

En general el maestro no puede responder convincente.

Pero esto no es culpa del maestro sino de la sociedad en que vivimos. ¿Cuántos funcionarios públicos o políticos pueden dar una respuesta convincente a esta pregunta?

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Y no es que las matemáticas no tengan una utilidad práctica, la tienen, pero en general no de manera directa para el estudiante que la aprende en la escuela esperando aplicarla luego directamente en su trabajo profesional. La verdad es que poco de lo que aprende de matemáticas un ciudadano medio le resulta **útil** de manera directa en su vida profesional.

Entonces ¿porqué insistimos en obligar a los estudiantes a aprender algo que les cuesta trabajo y en general detestan?

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Si el alumno preguntara

¿por qué tenemos que aprender esto?

en lugar de

¿para qué me va a servir?

el maestro podría responder en términos de la importancia histórica, cultural, científica, filosófica y humanística de las matemáticas y no sólo en términos de su utilidad práctica.

Pero el alumno pregunta <u>para qué me va a servir</u>, y no <u>porqué tengo que aprenderlo</u>. La forma misma de la pregunta revela el utilitarismo extremo de nuestra sociedad.

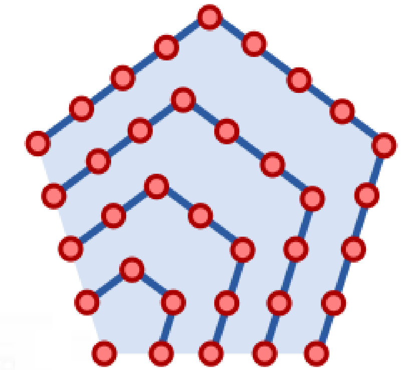
Este utilitarismo es similar en, muchos aspectos, al del imperio romano, que aunque fue una etapa de expansión territorial de la cultura, también fue un período de estancamiento intelectual. Los romanos aplicaban el conocimiento, pero no lo ampliaban. Esa misma tendencia tiene ahora nuestro sistema educativo.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

El pensamiento matemático de nuestra civilización tiene una larga y rica historia, llena de anécdotas interesantes y logros imponentes.

Vamos a hacer un pequeño recorrido observando cómo las matemáticas y la ciencia son,
en realidad, inseparables.

Números pentagonales



1, 5, 12, 22, 35, ...

Los pitagóricos:

Descubrieron que sólo hay 5 poliedros regulares convexos, que los ángulos interiores de un triángulo suman dos rectos, supieron resolver ecuaciones cuadráticas del tipo $a(a+x)=x^2$ por métodos geométricos. Demostraron la inconmensurabilidad de la diagonal y el lado del cuadrado.

Diversas definiciones y propiedades de los números enteros como números perfectos, amigos y poligonales.

Concebían a la Tierra como una esfera y centro del universo y supieron que el lucero de la mañana y el de la tarde son el mismo cuerpo celeste: Venus.

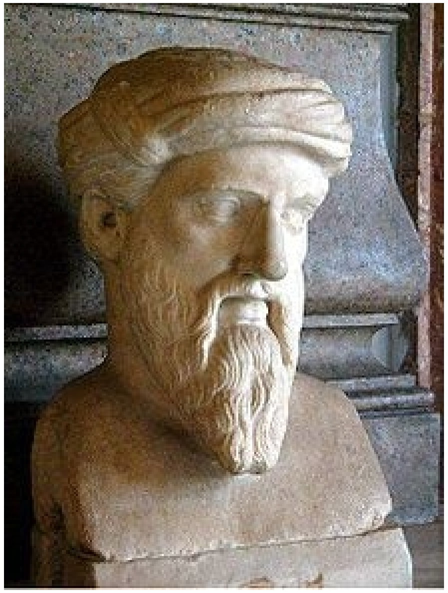
Descubrieron la relación entre los números y la música: 1 do, 3/4 fa, 2/3 sol, 1/2 do (la octava).

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Los sistemas de numeración de la antigüedad y los métodos para medir terrenos y repartir las tierras de manera justa datan de hace más de tres mil años. Ése es precisamente el origen de la Geometría: medir la tierra.

Los primeros resultados propiamente *matemáticos* son los teoremas de Tales de Mileto y de Pitágoras que surgen hace más de dos mil años en la antigua Grecia.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?



Pitágoras 580 - 495 a c.

Viaja por Asia menor, Egipto y Babilonia.

Forma una hermandad o secta a la que se le conoce como los pitagóricos.

El Teorema de Pitágoras ya era conocido en Babilonia y la India, pero fueron los pitagóricos quienes dieron la demostración más antigua que se conoce, la que se encuentra en Los Elementos de Euclides.

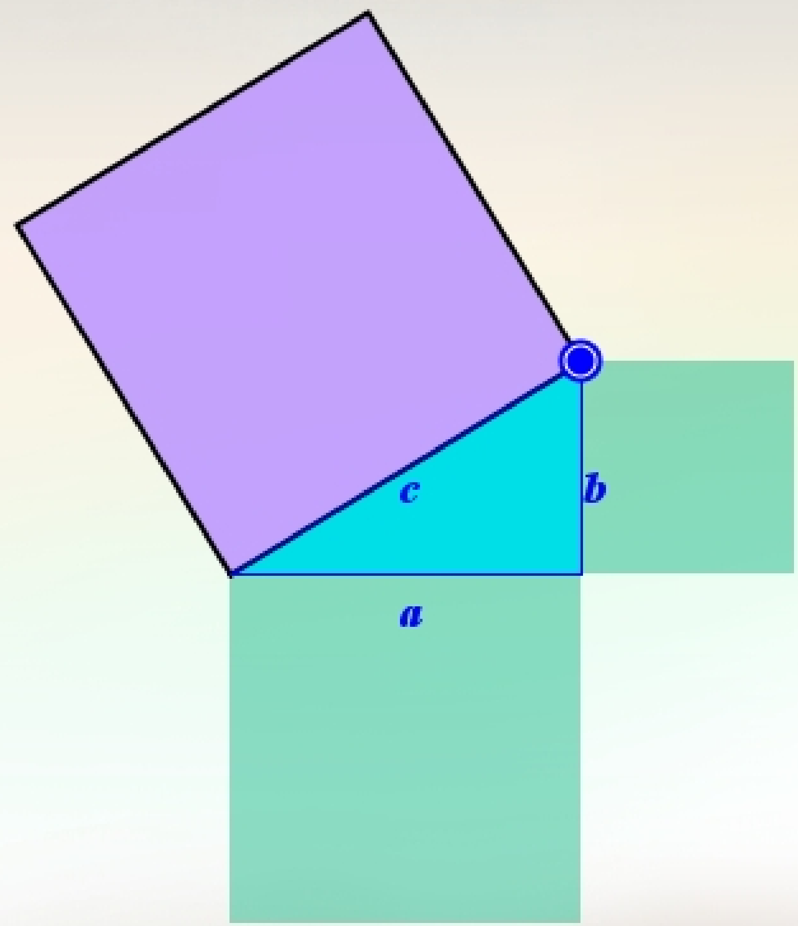
Veamos una de tantas demostraciones modernas del famoso Teorema de Pitágoras.

Capítulo 3 - Matemáticas de las propias matemáticas | Teorema de Pitágoras - Microsoft Internet Explorer

Teorema de Pitágoras

En esta escena demuestra el teorema de Pitágoras probando que la suma de las áreas de los cuadrados de lados a y b corresponde al área del cuadrado de lado c

Instrucción

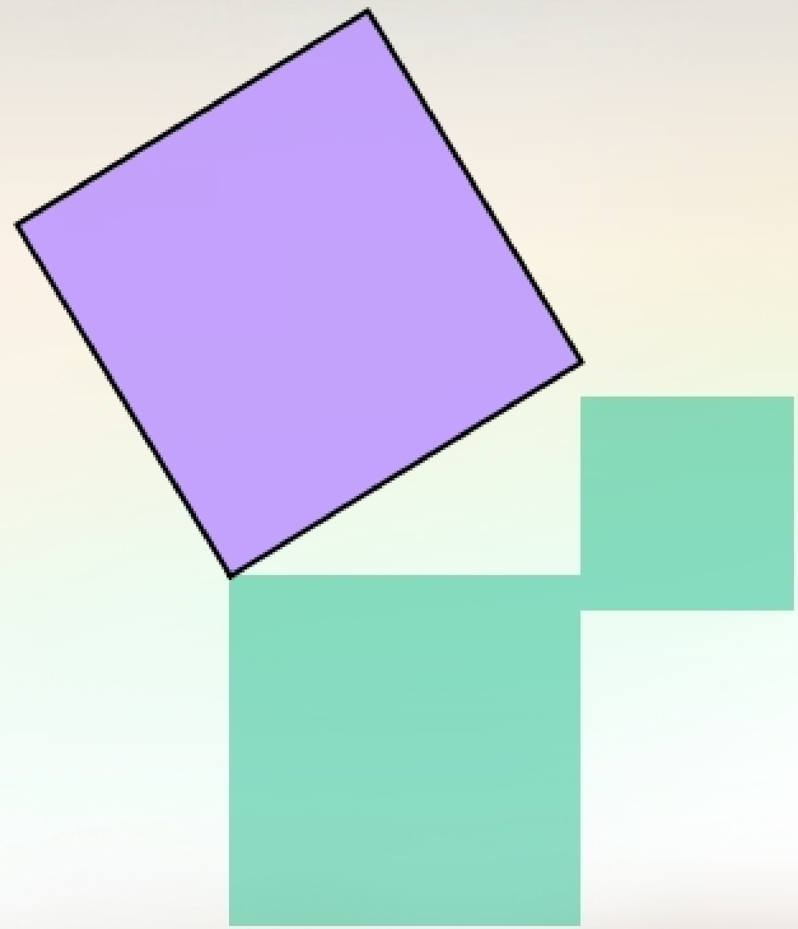


Desplaza la barra para mover el cuadrado de lado *b* hacia abajo.

Teorema de Pitágoras

En esta escena demuestra el teorema de Pitágoras probando que la suma de las áreas de los cuadrados de lados a y b corresponde al área del cuadrado de lado c

Instrucción



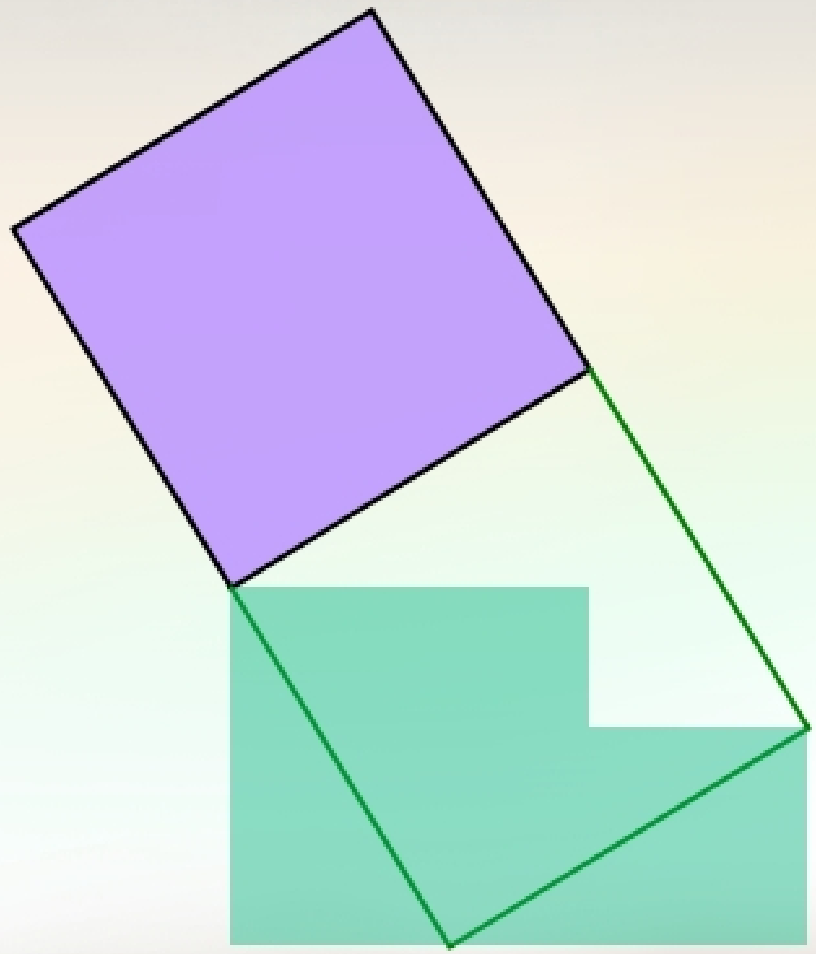
Desplaza la barra para mover el cuadrado de lado *b* hacia abajo.

Teorema de Pitágoras

En esta escena demuestra el teorema de Pitágoras probando que la suma de las áreas de los cuadrados de lados a y b corresponde al área del cuadrado de lado c

Instrucción

Manipula los controles de barra de la izquierda para mover los triángulos que se han generado debajo de los segmentos de recta trazados.



Capítulo 3 – Matemáticas de las propias matemáticas | Teorema de Pitágoras

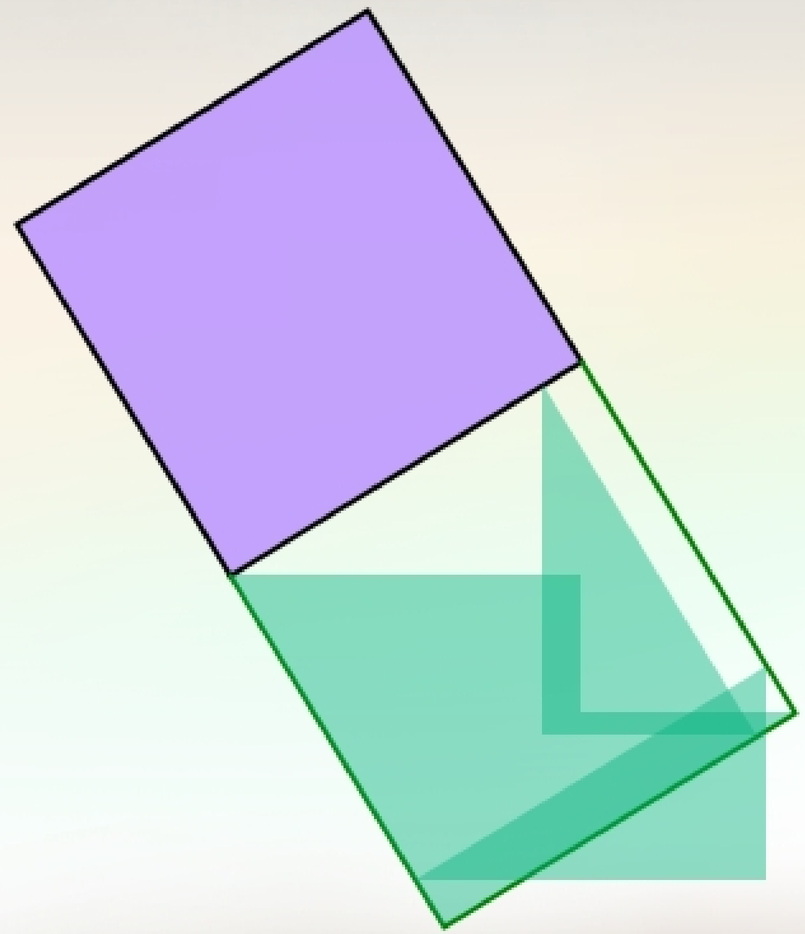
Teorema de Pitágoras

En esta escena demuestra el teorema de Pitágoras probando que la suma de las áreas de los cuadrados de lados a y b corresponde al área del cuadrado de lado c

Instrucción

Manipula los controles de barra de la izquierda para mover los triángulos que se han generado debajo de los segmentos de recta trazados.

Reiniciar



Teorema de Pitágoras

En esta escena demuestra el teorema de Pitágoras probando que la suma de las áreas de los cuadrados de lados a y b corresponde al área del cuadrado de lado c

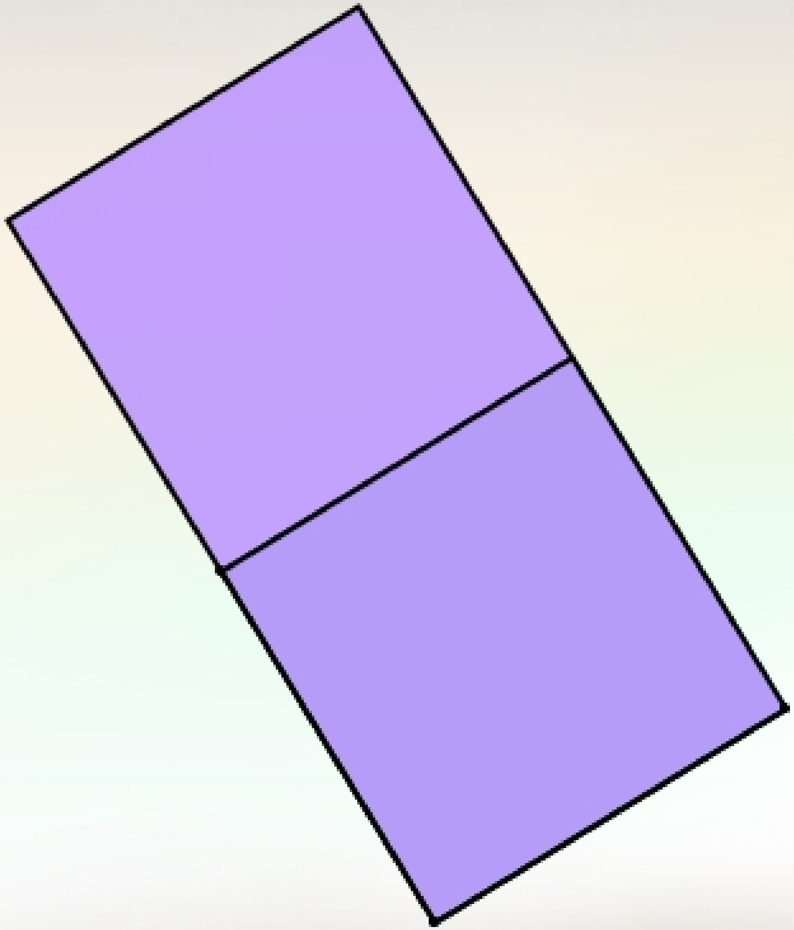
Instrucción

Esto prueba el teorema de Pitágoras

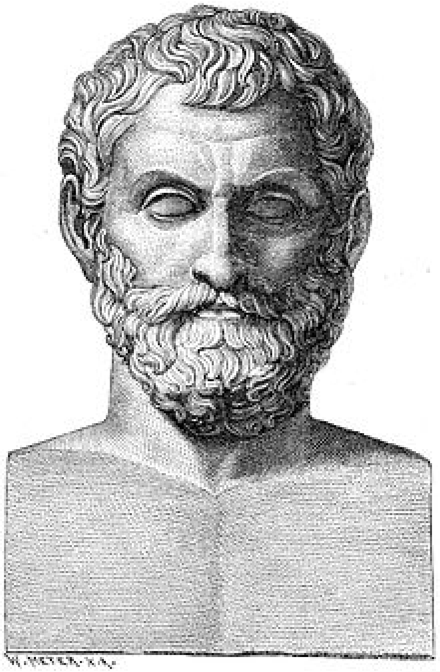
$a^2 + b^2 = c^2$

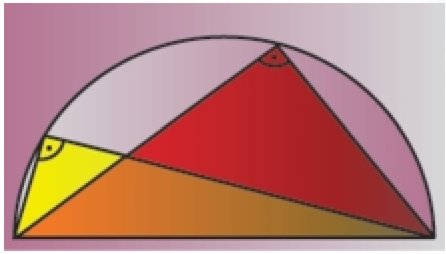
ya que la suma de las áreas de los cuadrados de lados a y b corresponde al área del cuadrado de lado c

Reiniciar



¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?





Tales de Mileto 630-545 a c

Nació en Mileto, pequeña ciudad de Asia menor (hoy Turquía). Viajó por Egipto. Se le atribuye el teorema de que los triángulos inscritos en una circunferencia que tienen como uno de sus lados al diámetro, son rectángulos. También se debe a él la Ley de las proporciones. Usándola calculó la altura de las pirámides de Egipto, midiendo su sombra en el momento en que las sombras miden lo mismo que la altura del objeto que las produce.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Zenón de Elea, 490 - 430 a c

Contribuye a las matemáticas por su noción del continuo, sus paradojas (p.e. Aquiles y la tortuga) refutan conceptos pitagóricos sobre el espacio y los tiempos formados por unidades discretas. Es precursor del pensamiento "infinitesimal".

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Eudoxo de Cnidos circa 400 - 337 a c
Cnidos era una ciudad de Asia menor, hoy Turquía.

Sus contribuciones más importantes a las matemáticas son:
1) el Método exahustivo para calcular áreas y volúmenes, que es una de las ideas más útiles en la historia de la ciencia, y
2) la Teoría de las proporciones que permite recuperar la relación entre los números y la geometría y es precursora del moderno concepto de los números reales con los que se puede modelar el continuo que Zenón señala en sus famosas paradojas.

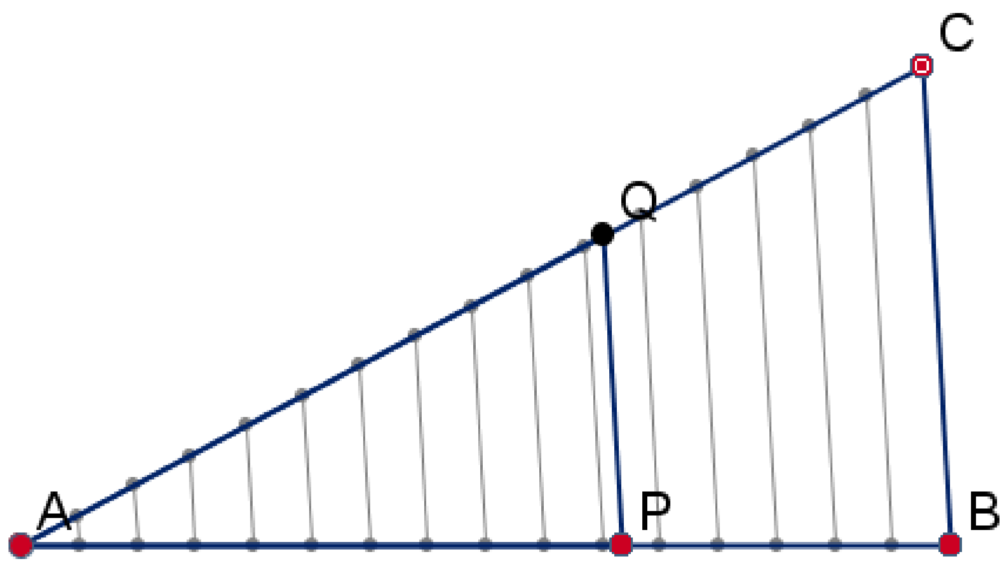
¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Eudoxo de Cnidos circa 400 - 337 a c
Cnidos era una ciudad de Asia menor, hoy Turquía.

Sus contribuciones más importantes a las matemáticas son el método exahustivo para calcular áreas y volúmenes, que es una de las ideas más útiles en la historia de la ciencia, y la Teoría de las proporciones que permite recuperar la relación entre los números y la geometría y es precursora del moderno concepto de los números reales con los que se puede modelar el continuo que Zenón señala en sus famosas paradojas (p.e. Aquiles y la tortuga).

$10\ AX \leq AP < 11\ AX \quad 10\ AY \leq AQ < 11\ AY$

$16\ AX \leq AB < 16\ AX \quad 16\ AY \leq AC < 16\ AY$



$$\frac{10}{16} \leq \frac{AP}{AB} < \frac{11}{16}$$

$$\frac{10}{16} \leq \frac{AQ}{AC} < \frac{11}{16}$$

$$\left|\frac{AP}{AB} - \frac{AQ}{AC}\right| < \frac{1}{16}$$

Teorema

Si ABC y APQ son triángulos semejantes, entonces

$$\frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC}$$

Demostración

Sea n un entero positivo y X un punto sobre AB, tales que $AB = n\ AX$. Sea Y el punto sobre AC tal que AXY es semajante a ABC. Sea m otro entero positivo tal que

$$m\ AX \leq AP < (m+1)\ AX.$$

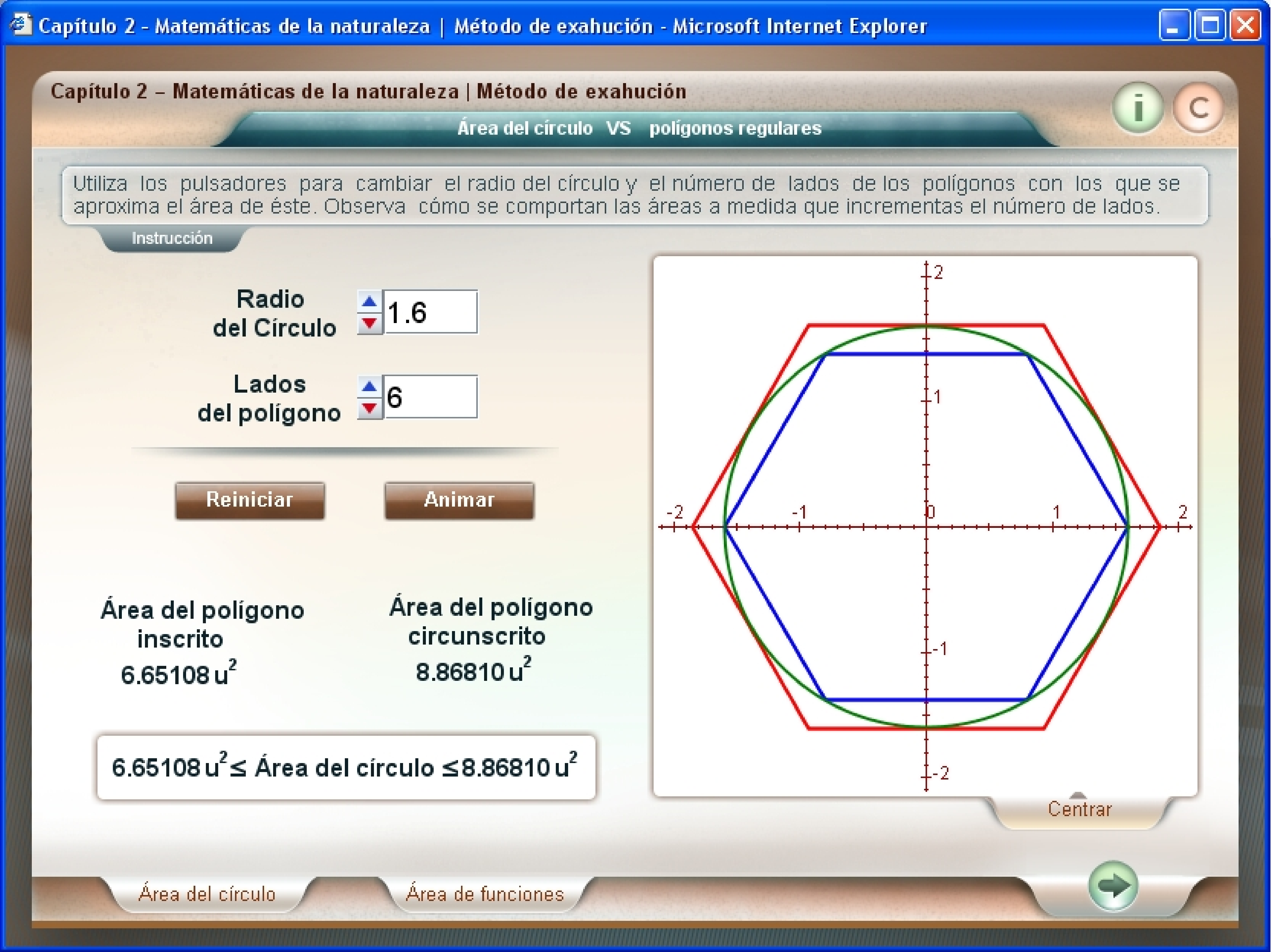
Entonces

$$\frac{m}{n} = \frac{m\,AX}{n\,AX} \leq \frac{AP}{AB} < \frac{(m+1)AX}{n\,AX} = \frac{m+1}{n}$$

Análogamante,

$$\frac{m}{n} = \frac{m\,AY}{n\,AY} \leq \frac{AQ}{AC} < \frac{(m+1)AX}{n\,AX} = \frac{m+1}{n}$$

n 16


Capítulo 2 - Matemáticas de la naturaleza | Método de exahución - Microsoft Internet Explorer
Capítulo 2 – Matemáticas de la naturaleza | Método de exahución
Área del círculo VS polígonos regulares
Utiliza los pulsadores para cambiar el radio del círculo y el número de lados de los polígonos con los que se aproxima el área de éste. Observa cómo se comportan las áreas a medida que incrementas el número de lados.
Instrucción
Radio del Círculo
1.6
Lados del polígono
6
Reiniciar
Animar
Área del polígono inscrito
6.65108 u²
Área del polígono circunscrito
8.86810 u²
6.65108 u² ≤ Área del círculo ≤ 8.86810 u²
Centrar
Área del círculo
Área de funciones

Capítulo 2 - Matemáticas de la naturaleza | Método de exahución - Microsoft Internet Explorer

Capítulo 2 – Matemáticas de la naturaleza | Método de exahución

Área del círculo VS polígonos regulares

Utiliza los pulsadores para cambiar el radio del círculo y el número de lados de los polígonos con los que se aproxima el área de éste. Observa cómo se comportan las áreas a medida que incrementas el número de lados.

Instrucción

Radio del Círculo 1.6

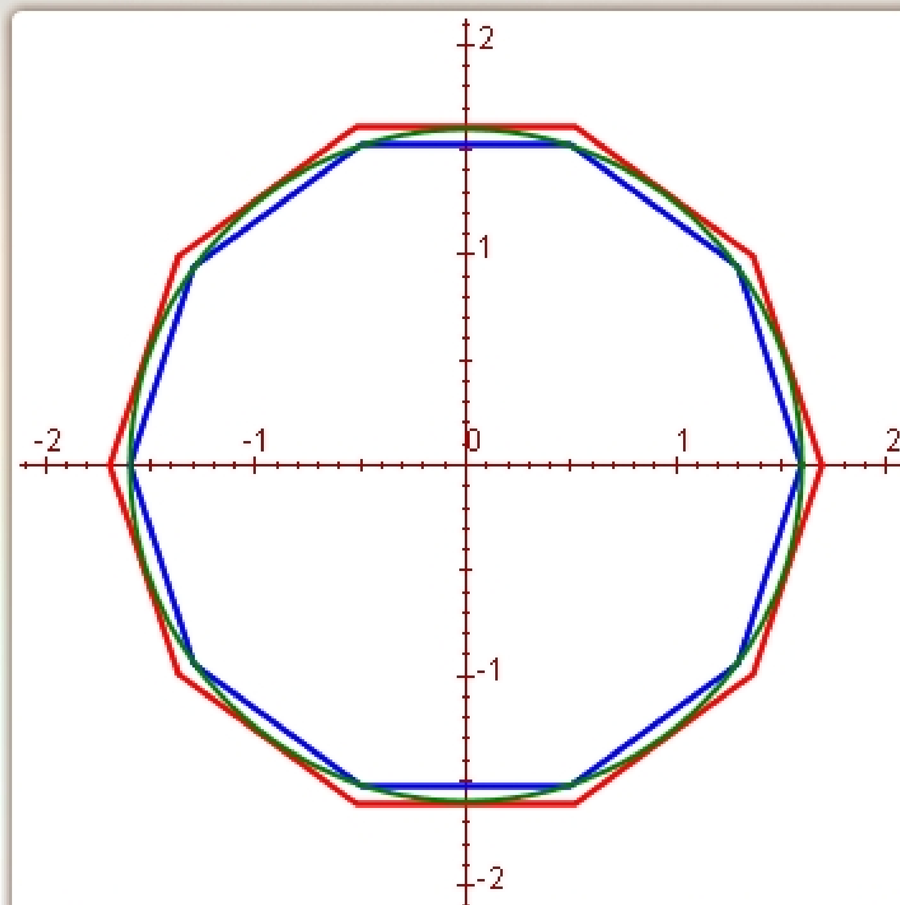
Lados del polígono 10

Reiniciar **Animar**

Área del polígono inscrito
$7.52365\ u^2$

Área del polígono circunscrito
$8.31794\ u^2$

$7.52365\ u^2 \leq$ Área del círculo $\leq 8.31794\ u^2$



Centrar

Área del círculo

Área de funciones

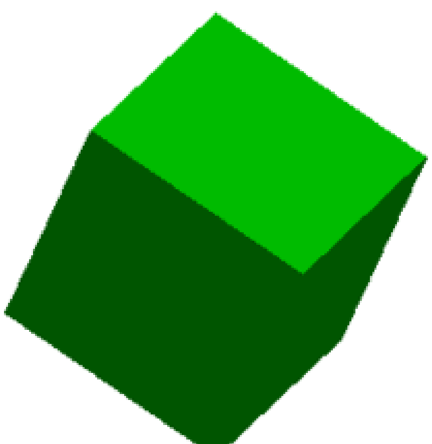
¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

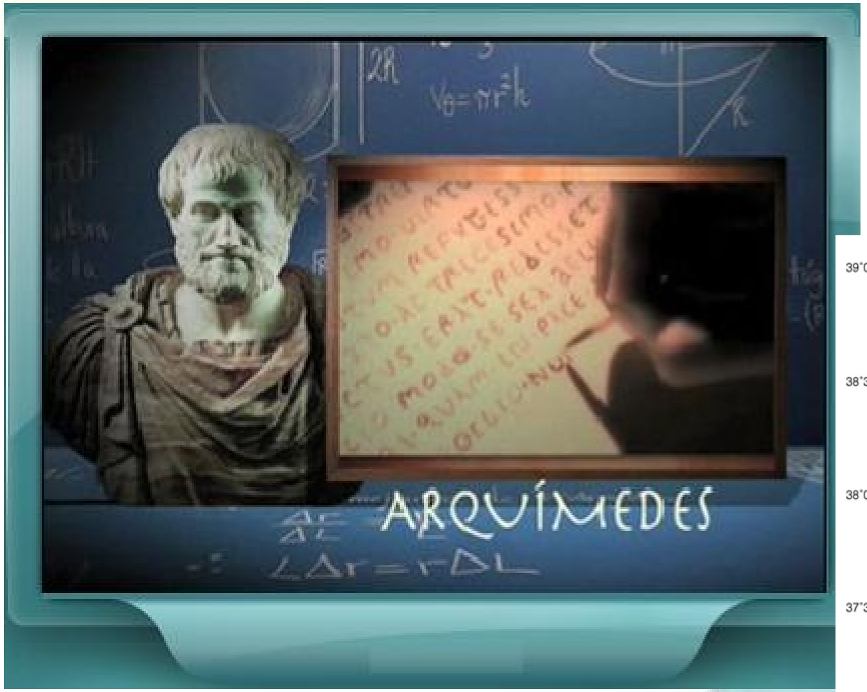
Euclides de Alejandría, 300 a c

Alejandría, ciudad a orillas del mediterráneo, al norte de Egipto.

Estuvo activo durante el reinado de Ptolomeo 323-283 a c

Escribió Los Elementos, el libro más influyente en toda la historia de las matemáticas. Presenta los conocimientos geométricos de la época de forma organizada en definiciones, postulados y teoremas y formaliza la idea de demostración matemática que prevalece hasta nuestros días. También dio una construcción del dodecaedro regular a partir del cubo.



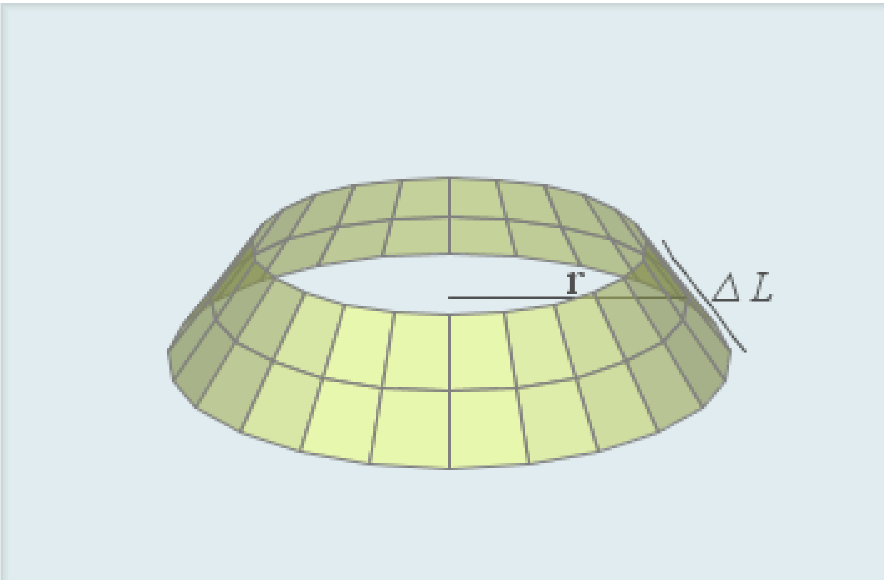


Arquímedes de Siracusa
287 - 212 a c
Siracusa es una ciudad de Sicilia, al sur de Italia.

Es el matemático más grande de la antigüedad y uno de los más grandes de la historia junto con Newton, Euler y Gauss. Calcula con absoluto rigor la superficie de una esfera y la cuadratura de la parábola, origina las leyes del equiibrio en la balanza, el principio de flotación de los cuerpos parcialmente sumergidos y realiza grandes inventos de ingeniería que resultan de gran utilidad.

Como muestra de su genio veamos cómo calcula el área de la esfera.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?



El área de un sector de cono con radio medio r y ancho ΔL es igual al perímetro de la circunferencia por el ancho, es decir,

$$A = 2\pi r \Delta L$$

Este resultado puede obtenerse sumando las áreas de una infinidad de trapecios de ancho infinitesimal y altura ΔL, o bien, tomando la diferencia de las áreas de dos conos, uno con base de radio $r + \frac{\Delta r}{2}$ y lado $L + \frac{\Delta L}{2}$ y el otro con base de radio $r - \frac{\Delta r}{2}$ y lado $L - \frac{\Delta L}{2}$. Lo haremos de la segunda manera.

Aplicando la fórmula para el área del cono y tomando la diferencia se obtiene:

$$A = \pi\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right)\left(L + \frac{\Delta L}{2}\right) - \pi\left(r - \frac{\Delta r}{2}\right)\left(L - \frac{\Delta L}{2}\right)$$

Simplificando:

$$A = \pi\left(2L\frac{\Delta r}{2} + 2r\frac{\Delta L}{2}\right) = \pi\left(L\Delta r + r\Delta L\right)$$

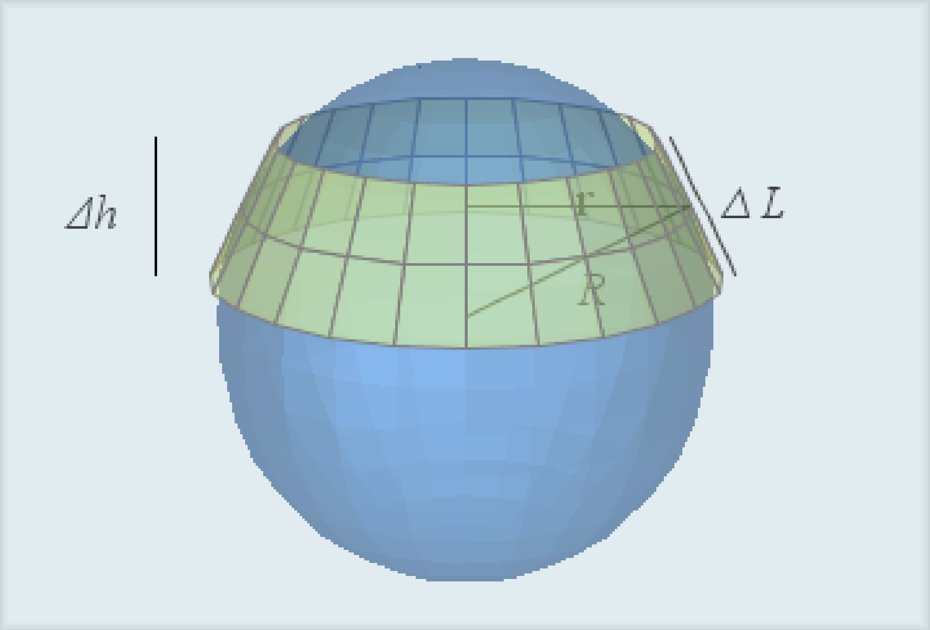
Por triángulos semejantes tenemos que $\frac{\Delta r}{\Delta L} = \frac{r}{L}$ y por tanto $A = 2\pi r \Delta L$, como queríamos demostrar.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Para calcular el área de una superficie esférica, Arquímedes de Siracusa recurrió a un método de aproximaciones que le llevó a un resultado exacto en términos del número π.

El argumento se basa en la fórmula para el área de un sector cónico $A = 2\pi\ r\ \Delta L$, donde r es el radio medio del sector cónico y ΔL es su anchura, y en la siguiente observación: si un sector cónico de radio medio r y anchura ΔL es tangente a una esfera de radio R a lo largo de la circunferencia de radio r, entonces el área del sector cónico es igual a $A = 2\pi\ R\ \Delta h$, donde Δh es la altura del sector. Para demostrar este resultado basta ver que, por semejanza de triángulos,

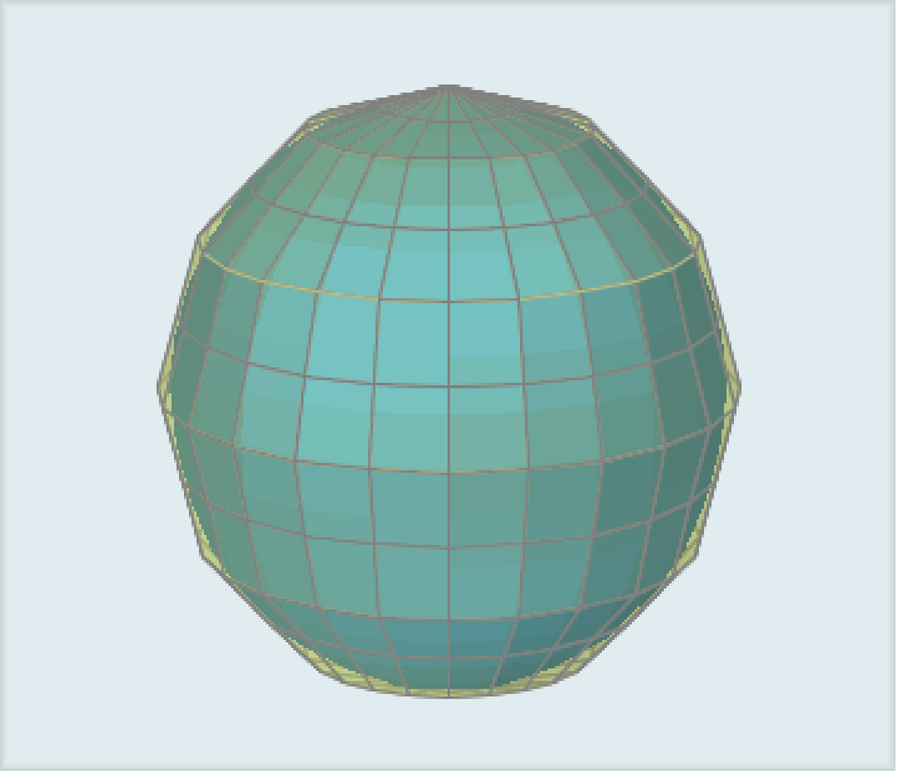
$$\frac{r}{R} = \frac{\Delta h}{\Delta L} \quad \text{y, por lo tanto,} \quad r \cdot \Delta L = R \cdot \Delta h$$



Por triángulos semejantes, r · DL = R · Dh

El papel de las matemáticas en la enseñanza de la Ciencia

Cubriremos ahora la esfera con sectores cónicos tangentes a ella como se ilustra en la siguiente figura.



Como todos los sectores cónicos son tangentes a la esfera de radio R, sus áreas son $A_i = 2\pi\, R\,\Delta h_i$, donde Δh_i son las diferentes alturas de los sectores. La suma de todas las áreas es igual a

$$\sum_i A_i = 2\pi R H,$$

donde H es la altura total de los sectores y $2R < H$. Pero con una cubierta suficientemente fina, H puede hacerse tan cercana a $2R$ como se quiera. Por tanto el área de la esfera A es menor o igual que $4\pi R^2$, es decir,

$$A \leq 4\pi R^2$$

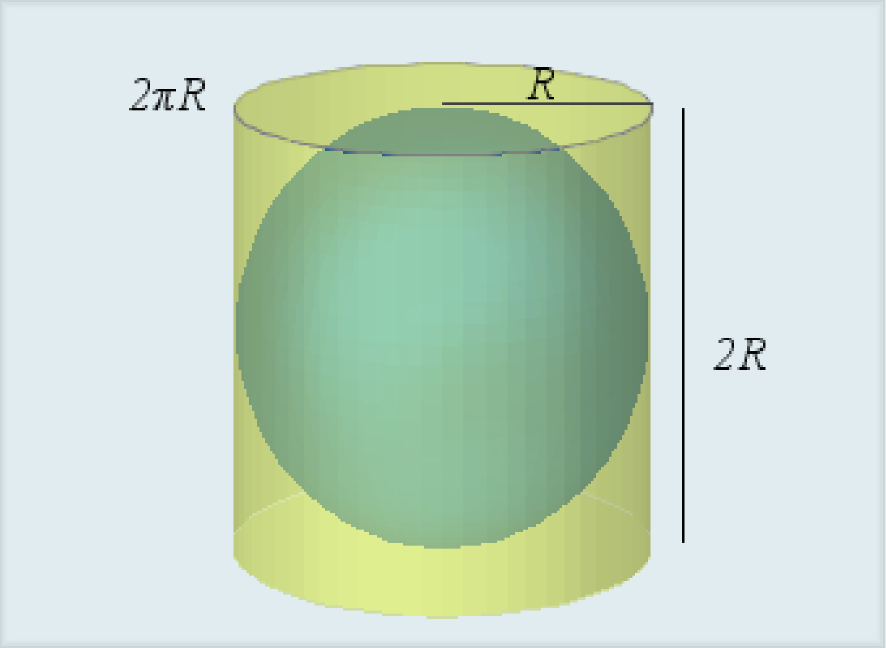
¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

De manera análoga, inscribiendo en la esfera sectores cónicos, puede demostrarse que $4\pi R^2 \leq A$, por tanto se cumple la igualdad:

$$A = 4\pi R^2$$

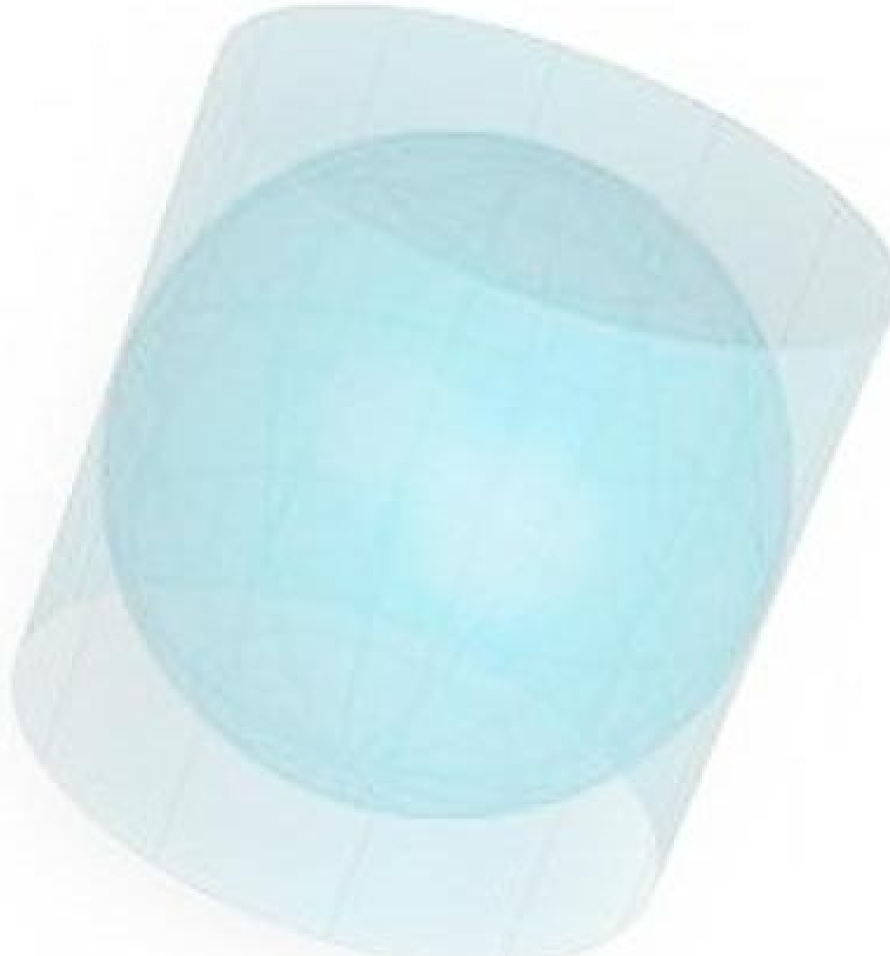
En otras palabras, el área de la esfera es igual al cuádruple del área de uno de sus círculos máximos.

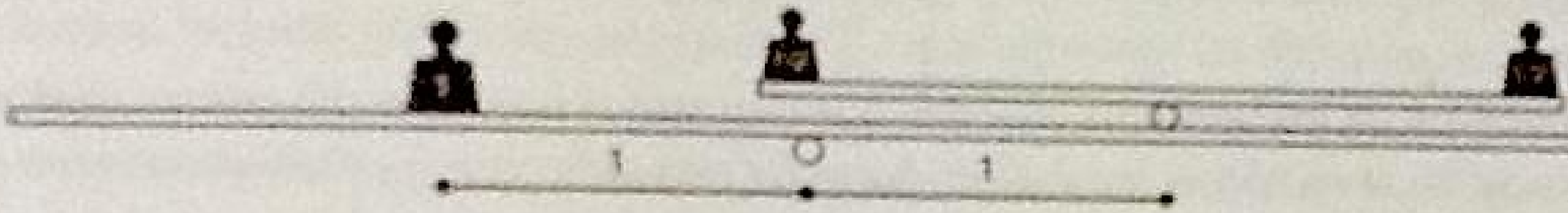
Otra manera de interpretar el resultado es decir que el área de la esfera es igual a la del mínimo cilindro que la contiene, como se ilustra en la figura a la derecha.



Éste es el resultado del cual Arquímedes se sentía más orgulloso, por lo que pidió que se usara como epitafio en su tumba.

Nosotros lo usamos como imagen de fondo.

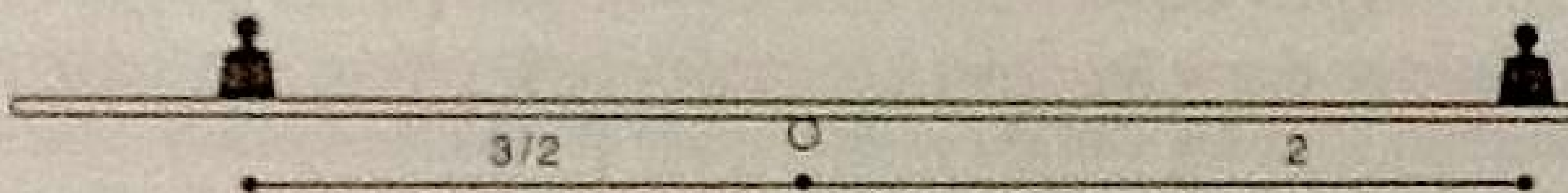




Como la balanza pequeña está en equilibrio podemos quitar el rodillo y la tabla de arriba —por hipótesis, su peso es despreciable— y apoyar las pesas directamente sobre la tabla grande sin que se altere el equilibrio. Finalmente, la pesa de medio kilo que se apoya justo sobre el rodillo central también puede quitarse.

Con ello descubrimos la ley básica de la balanza: al doble de distancia hay que poner la mitad del peso.

Al volver a eliminar el rodillo y la tabla que sostiene a estas dos pesas, así como también la que queda sobre el rodillo de la balanza, obtenemos la siguiente balanza en equilibrio:



El lector atento se dará cuenta de que existe una ley detrás de estos números: si la distancia se duplica, el peso se divide a la mitad y si la distancia es $\frac{3}{2}$ de metro entonces el peso es de $\frac{2}{3}$ kilogramo. Podemos escribir esto como una igualdad:

$$\frac{2}{3}kg \cdot \frac{3}{2}m = \frac{1}{2}kg \cdot 2m.$$

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Eratóstenes de Cyrene 276 - 195 a c

Cyrene está en áfrica del norte donde hoy es Libia.

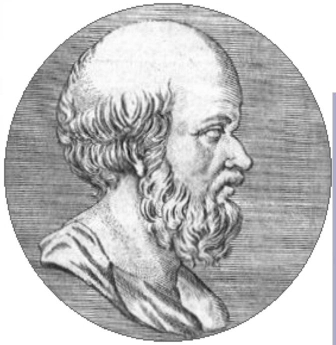
Llega a ser bibliotecario principal de la biblioteca de Alejandría.

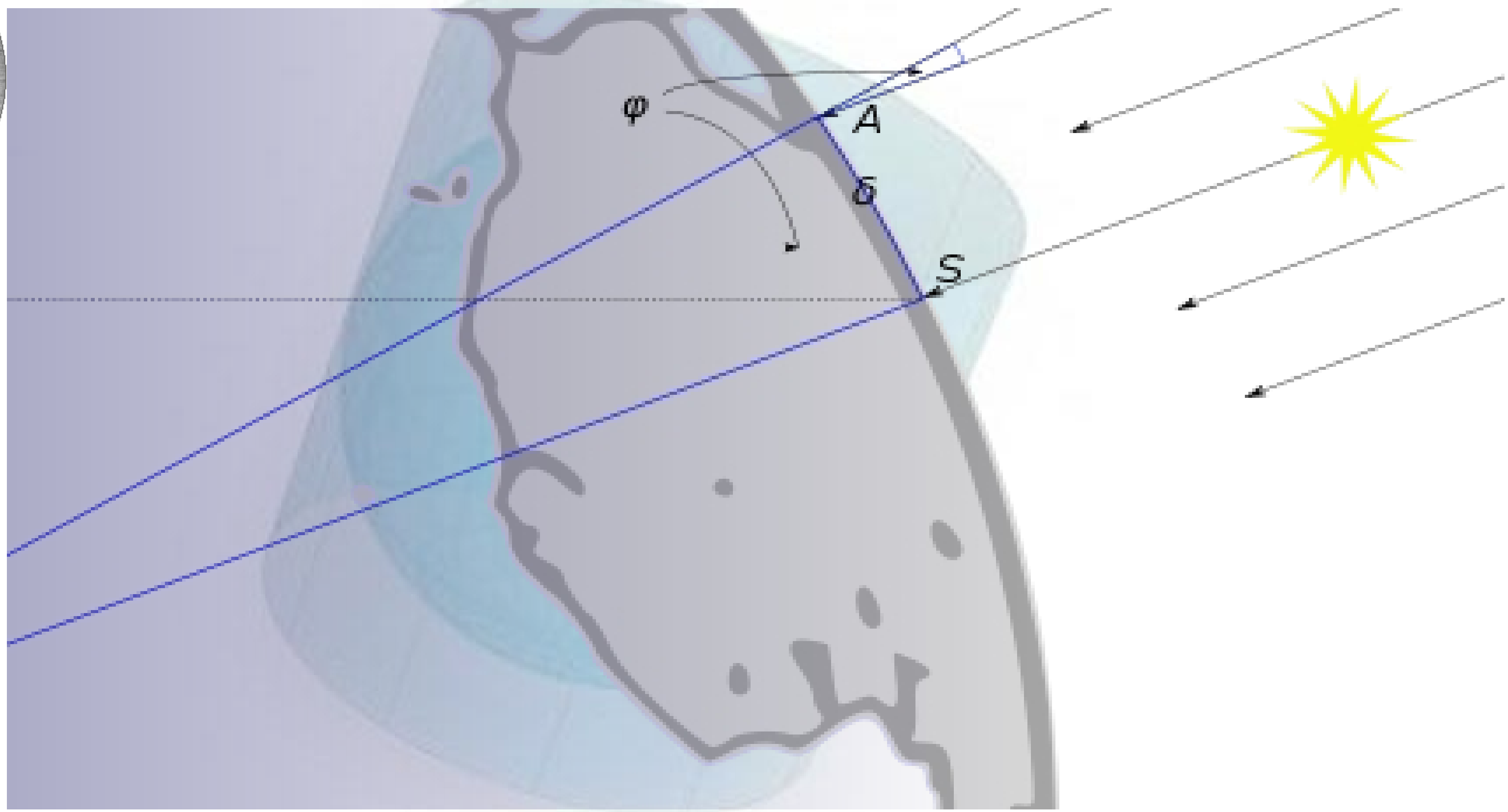
Realiza la primera medición del perímetro (y por tanto del radio) de la Tierra. También calcula la distancia de la Tierra a la Luna y al Sol.

Al mismo tiempo se ocupó de crear un algoritmo (la criba de eratóstenes) para generar todos los números primos.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Cálculo del perímetro de la Tierra



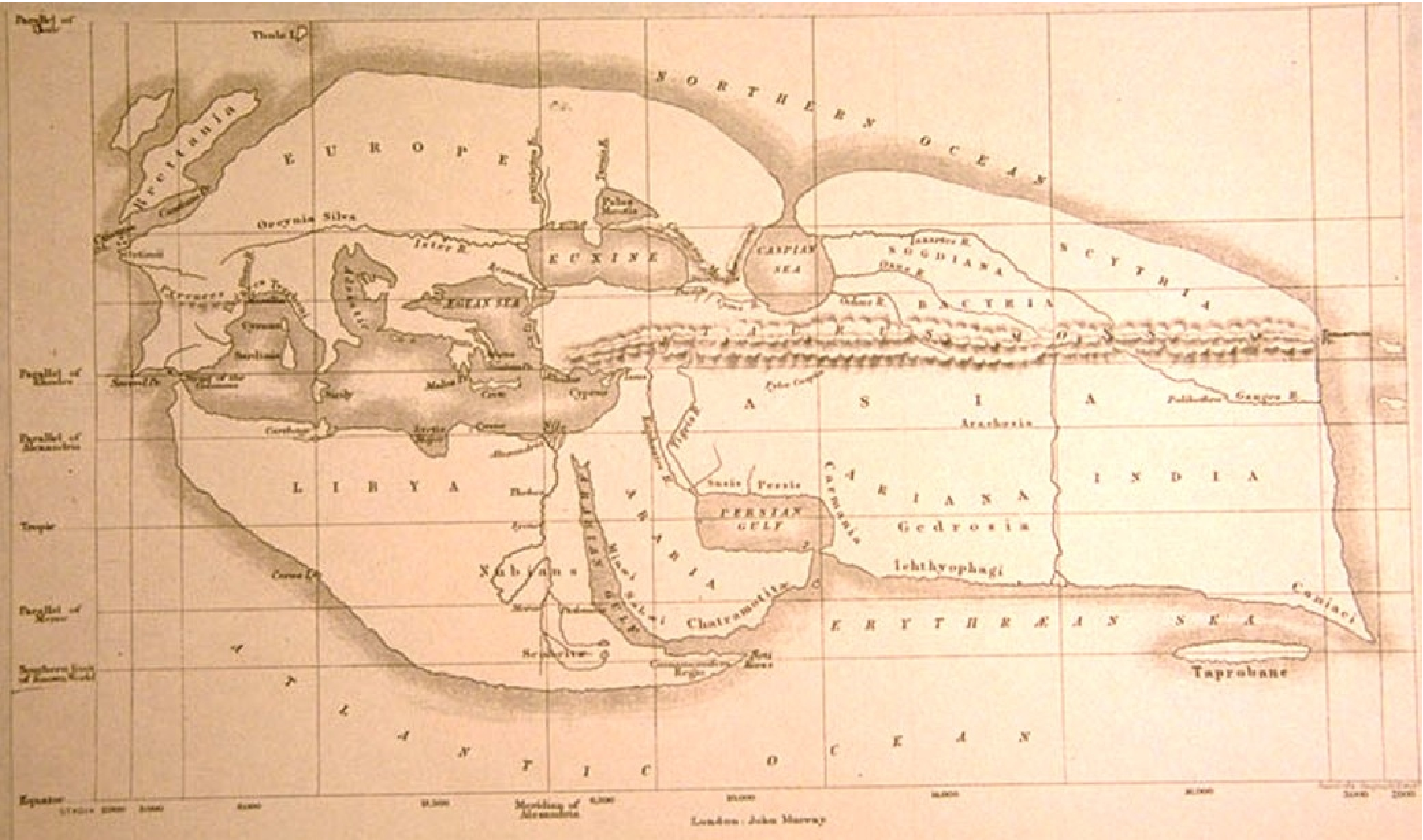


AS : fi :: PT : 360   AS=800 km, fi=7.2;

PT=800x360/7.2=40,000 km

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Hizo un mapa de la tierra conocida



¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Apolonio de Pérga 262 - 190 a c

Perga es la antigua Anatolia, Turquía. Se trasladó y permaneció en Alejandría.

Se le conoció como el gran geómetra y también como el gran astrónomo.

Estudia en todo detalle las curvas cónicas, que serían la base fundamental para la obra matemática y científica de Kepler y Newton en el siglo XVII, marcando el inicio de la ciencia moderna a la que debemos los avances tecnológicos que han configurado el estilo de vida del mundo actual. Su tratado de las cónicas y sus otras obras adelantan la geometría analítica por 1800 años.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Apolonio fue quien dio los nombres: Elipse, Parábola e Hipérbola a las secciones cónicas.

Capítulo 3 – Matemáticas de las propias matemáticas | Cónicas

Secciones cónicas

Modifica el ángulo ß de inclinación del plano para obtener las diferentes secciones cónicas.

Instrucción

Ángulo de conicidad

α = 59.50 °

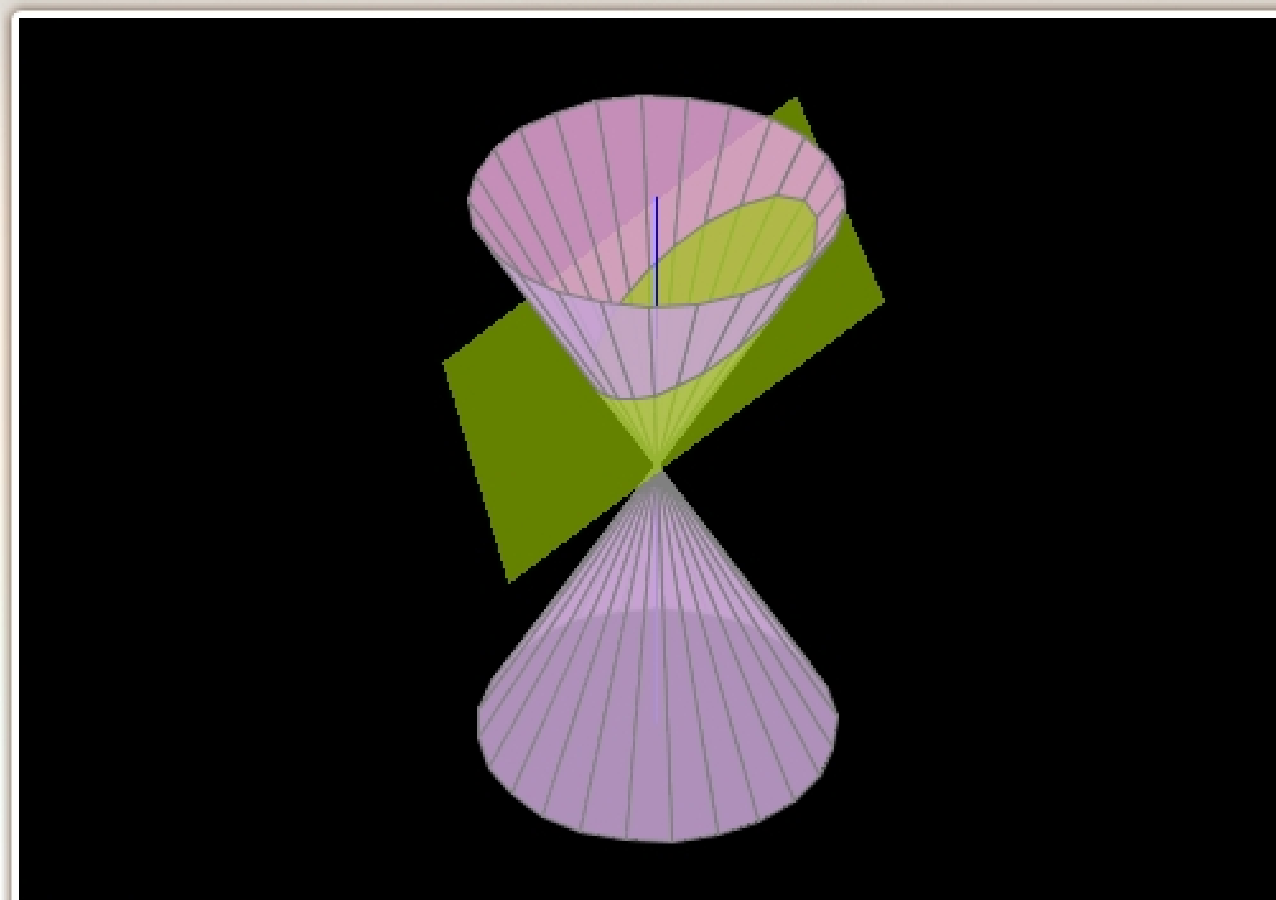
Inclinación del plano

β = 36.00

Altura plano 2.45

El plano no es paralelo a ninguna posición de la generatriz, intersecta al cono en una hoja, por lo tanto se tiene **una elipse.**

?



Altura cono 4.90 radio 2.886

Capítulo 3 – Matemáticas de las propias matemáticas | Cónicas

Esferas de Dandelin

Varía el ángulo de inclinación del plano, trata de obtener la hipérbola, parábola, elipse y círculo.
Observa cuántas esferas de Dandelin están inscritas en el cono para cada cónica.

Instrucción

Inclinación del plano

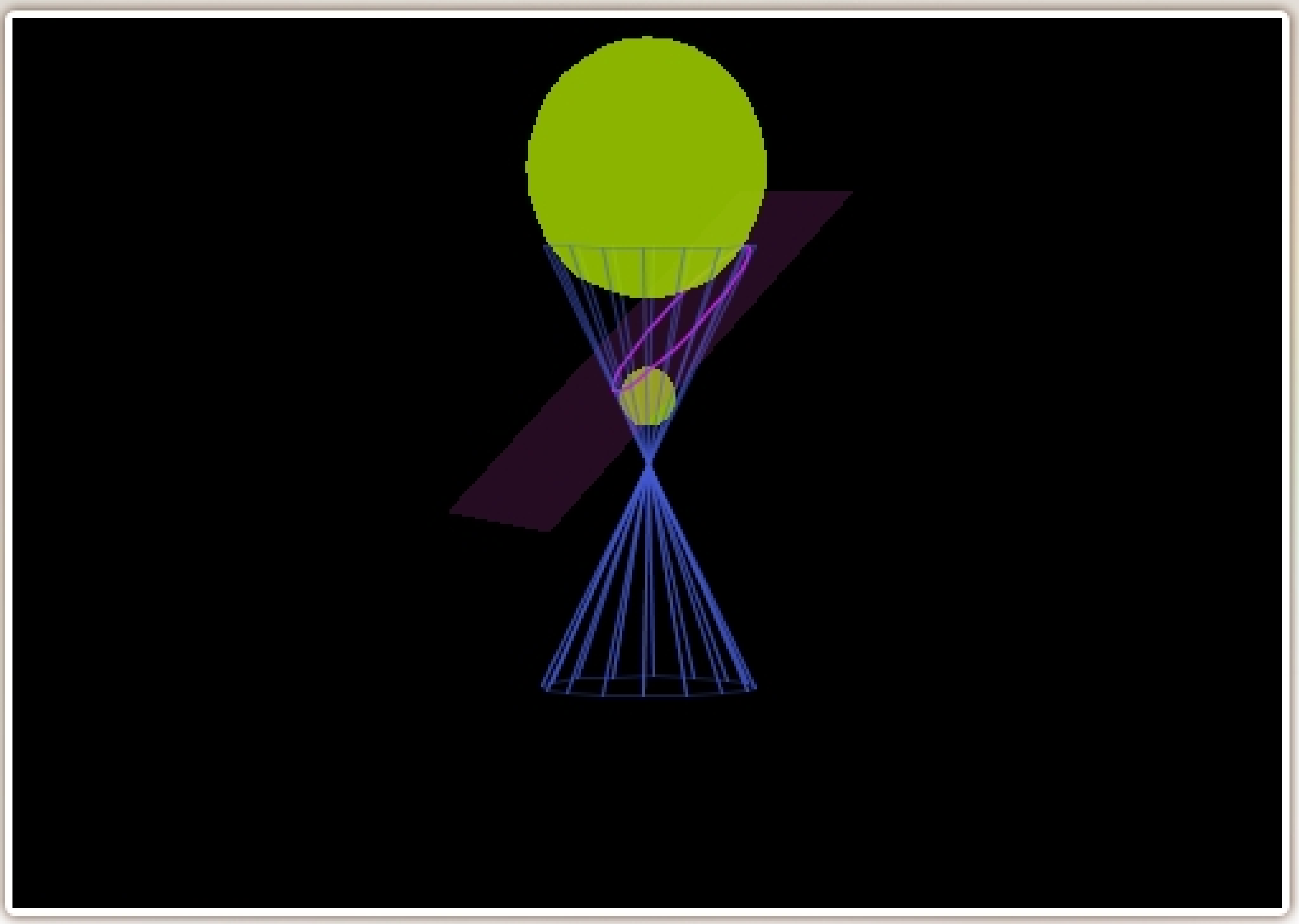
β = 45°

Altura plano -1

Se obtiene **una elipse.**

Los puntos de intersección de las esferas con el plano son los focos de la elipse .

?



¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Lo que distingue a las matemáticas griegas de las orientales es la importancia que dan a la demostración lógica, estableciendo con ello los fundamentos del pensamiento, las bases del razonamiento.

El concepto mismo de razón se origina en las matemáticas griegas y se transfiere al mundo moderno a través de **Los Elementos** de Euclides.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

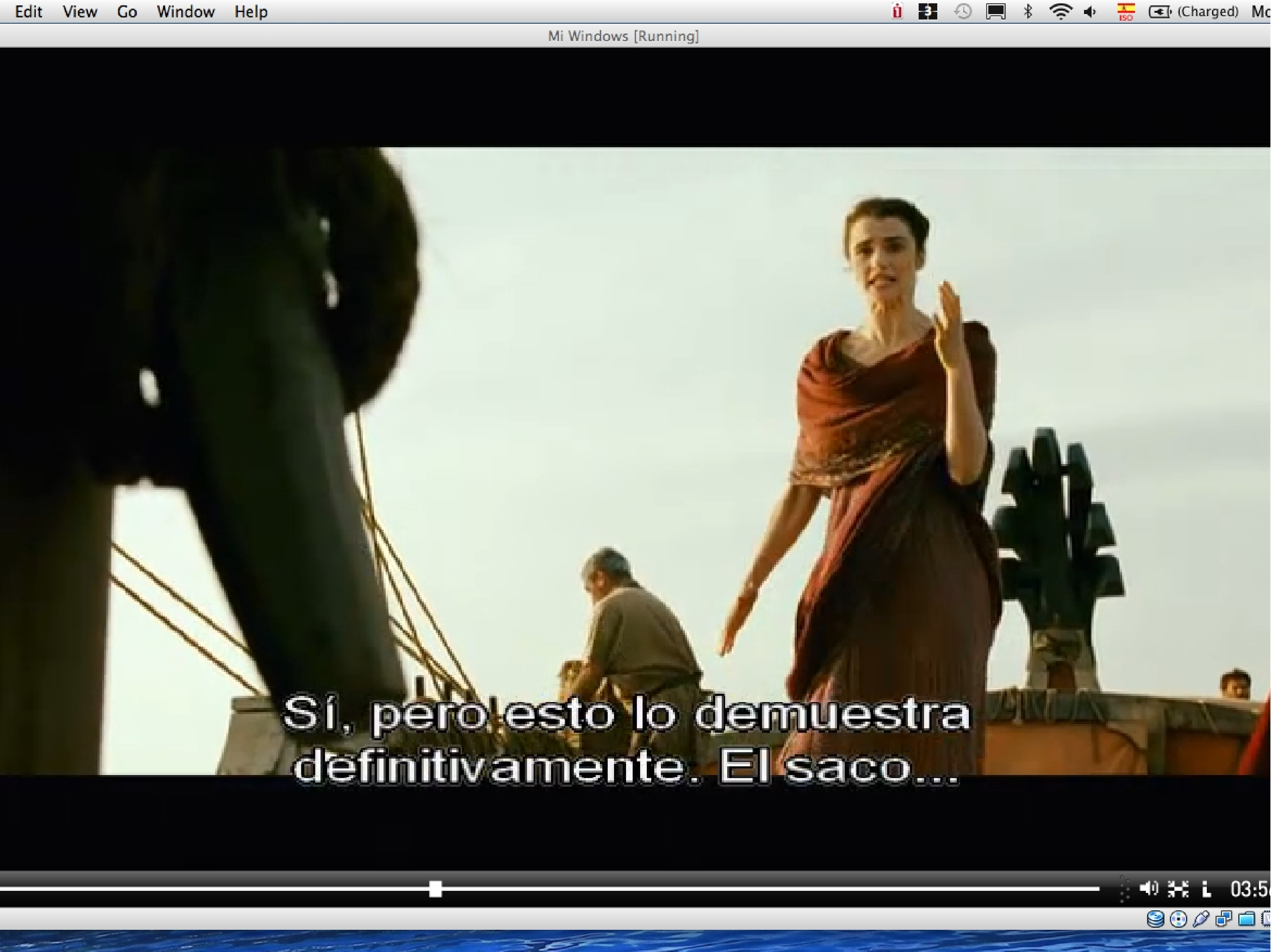
Algunos de los resultados más significativos de las matemáticas griegas son las demostraciones de imposibilidad, por ejemplo la demostración de que el lado y la diagonal de un cuadrado son inconmensurables.

En general, los griegos fueron grandes matemáticos pero malos físicos. Solamente Arquímedes hizo contribuciones importantes a la física.

Curiosamente sólo publicó sus resultados matemáticos. Consideraba que lo demás no valía la pena preservarse para la posteridad. Esto da una idea de la importancia relativa que tenían las matemáticas comparadas con todo lo demás.


File Edit View Go Window Help
(Charged)
Mi Windows [Running]
03:5


View Go Window Help
(Charged) Mon 6:13 AM
Mi Windows [Running]
03:53 / 09:27



Edit View Go Window Help
(Charged)
Mi Windows [Running]
Sí, pero esto lo demuestra
definitivamente. El saco...

ile Edit View Go Window Help
(Charged)
Mi Windows [Running]
...se comportó como si el barco
estuviera quieto.
04:0

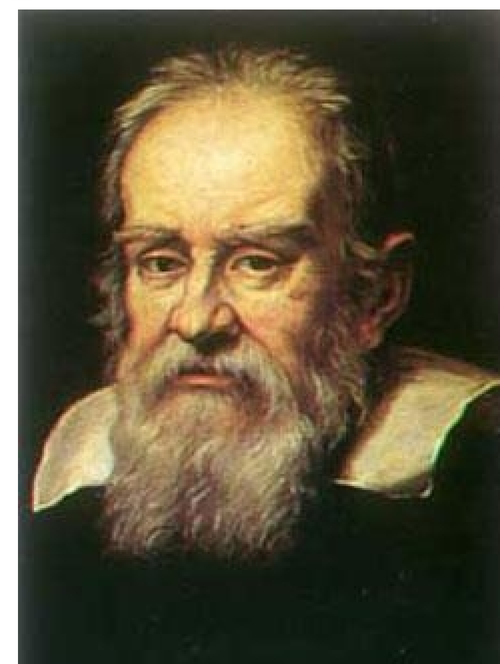

le Edit View Go Window Help
(Charged) Mon
Mi Windows [Running]
...obtendremos?
09:01 /


File Edit View Go Window Help
(Charge
Mi Windows [Running]
¡Una elipse!

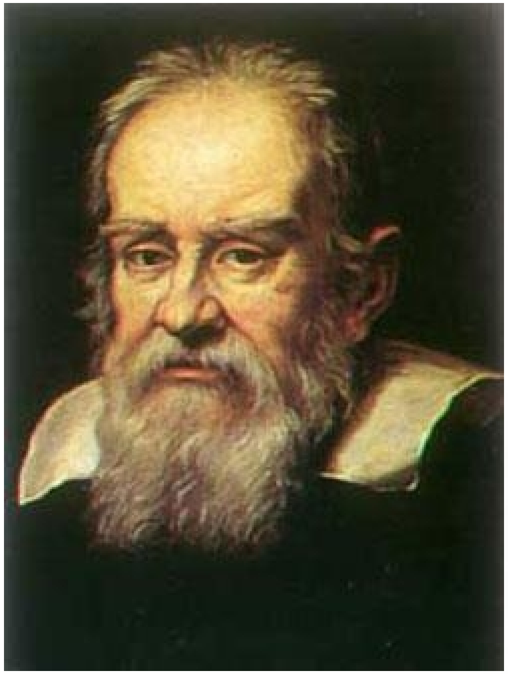

File Edit View Go Window Help
(Charged) Mon
Mi Windows [Running]
09:27

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Fue hasta la edad media que, Leonardo Da Vinci y Galileo Galilei, fundan la física como ciencia experimental y teórica a la vez, basada en las matemáticas.

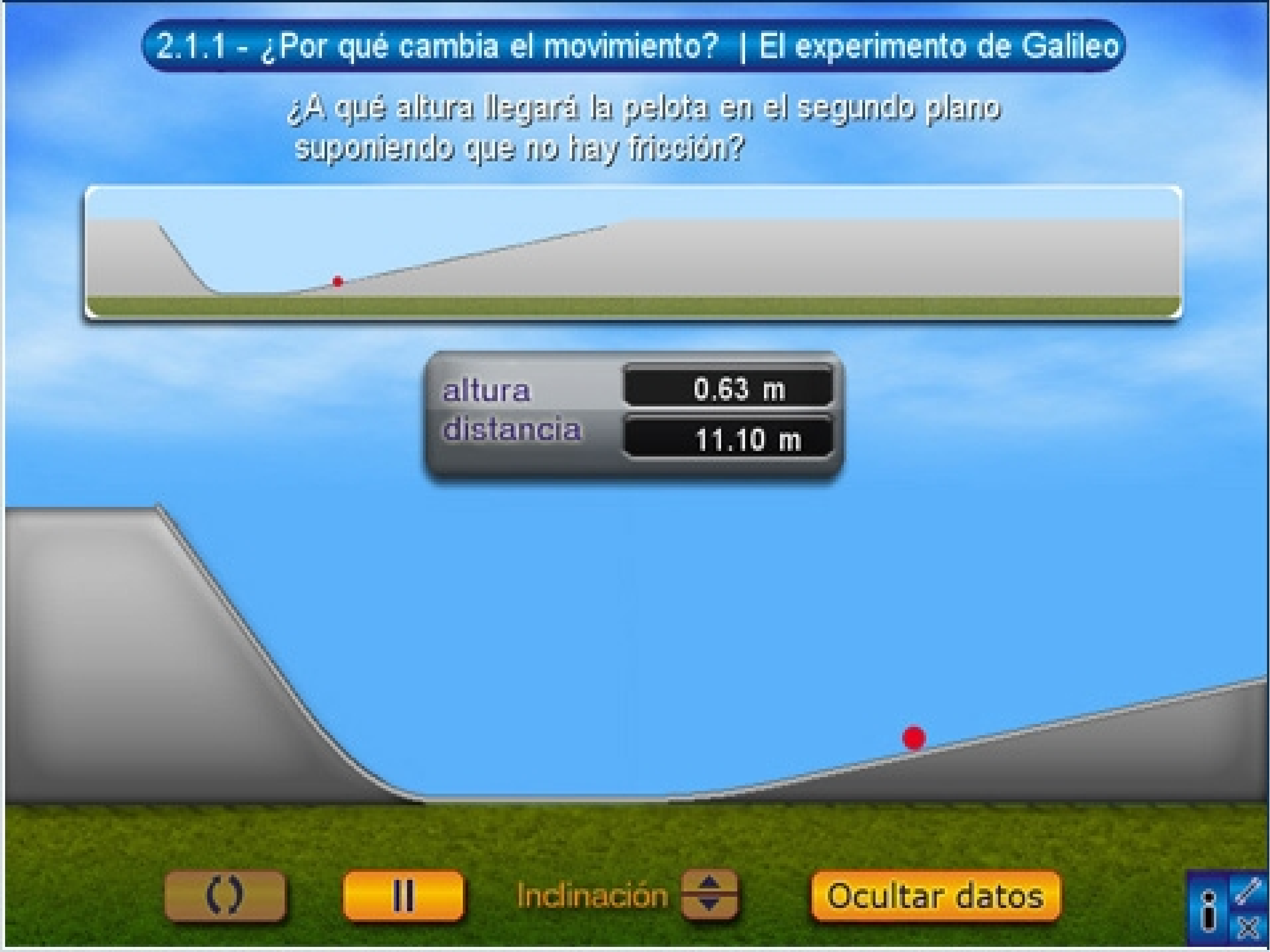


¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?



Galileo demuestra experimentalmente que los cuerpos <u>pesados</u>, no las plumas de ave ciertamente, caen con aceleración constante.

Pero al mismo tiempo, mediante el razonamiento a través de un experimento idealizado, llega a lo que hoy conocemos como la primera ley de Newton, es decir, que los cuerpos tienden a permanecer en estado de reposo o de movimiento rectilíneo uniforme, a menos que alguna fuerza les haga cambiar ese estado.


2.1.1 - ¿Por qué cambia el movimiento? | El experimento de Galileo
¿A qué altura llegará la pelota en el segundo plano suponiendo que no hay fricción?
altura
0.63 m
distancia
11.10 m
Inclinación
Ocultar datos

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

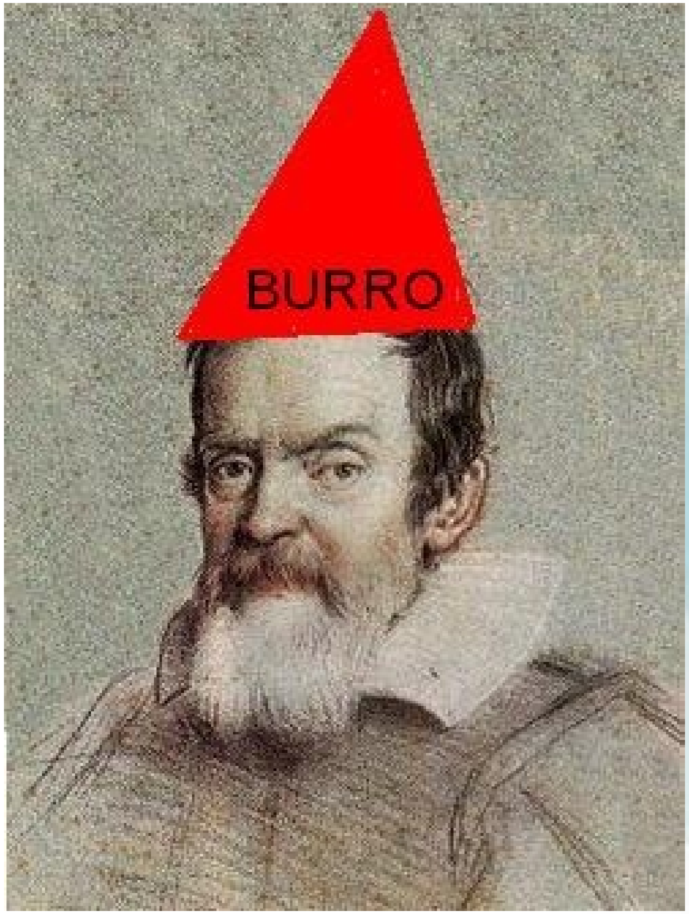
El experimento idealizado de Galileo es un razonamiento científico, podría decirse que no es un razonamiento matemático. Sin embargo son precisamente las matemáticas las que han tratado con los casos límite y el concepto del infinito.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Galileo Galilei (1564-1642), a quien se le considera el padre de la ciencia, escribió en 1623, en Il Saggiatore:

“La filosofía está escrita en este grandísimo libro que continuamente está abierto ante nuestros ojos (digo: el universo), pero no puede entenderse si antes no se procura entender su lengua y conocer los caracteres en los cuales está escrito. Este libro está escrito en lengua matemática, y sus caracteres son triángulos, círculos y otras figuras geométricas, sin las cuales es totamente imposible entender humanamente una palabra, y sin las cuales nos agitamos vanamente en un oscuro laberinto.”

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?



El padre de la ciencia pensaba que el universo es un gran libro abierto que está escrito en caracteres matemáticos y por tanto sólo puede entenderse mediante las matemáticas.

Sin embargo la enseñanza actual de la ciencia evita, tanto como puede, depender del lenguaje matemático.

¿Es que los educadores modernos han encontrado que Galileo estaba equivocado?

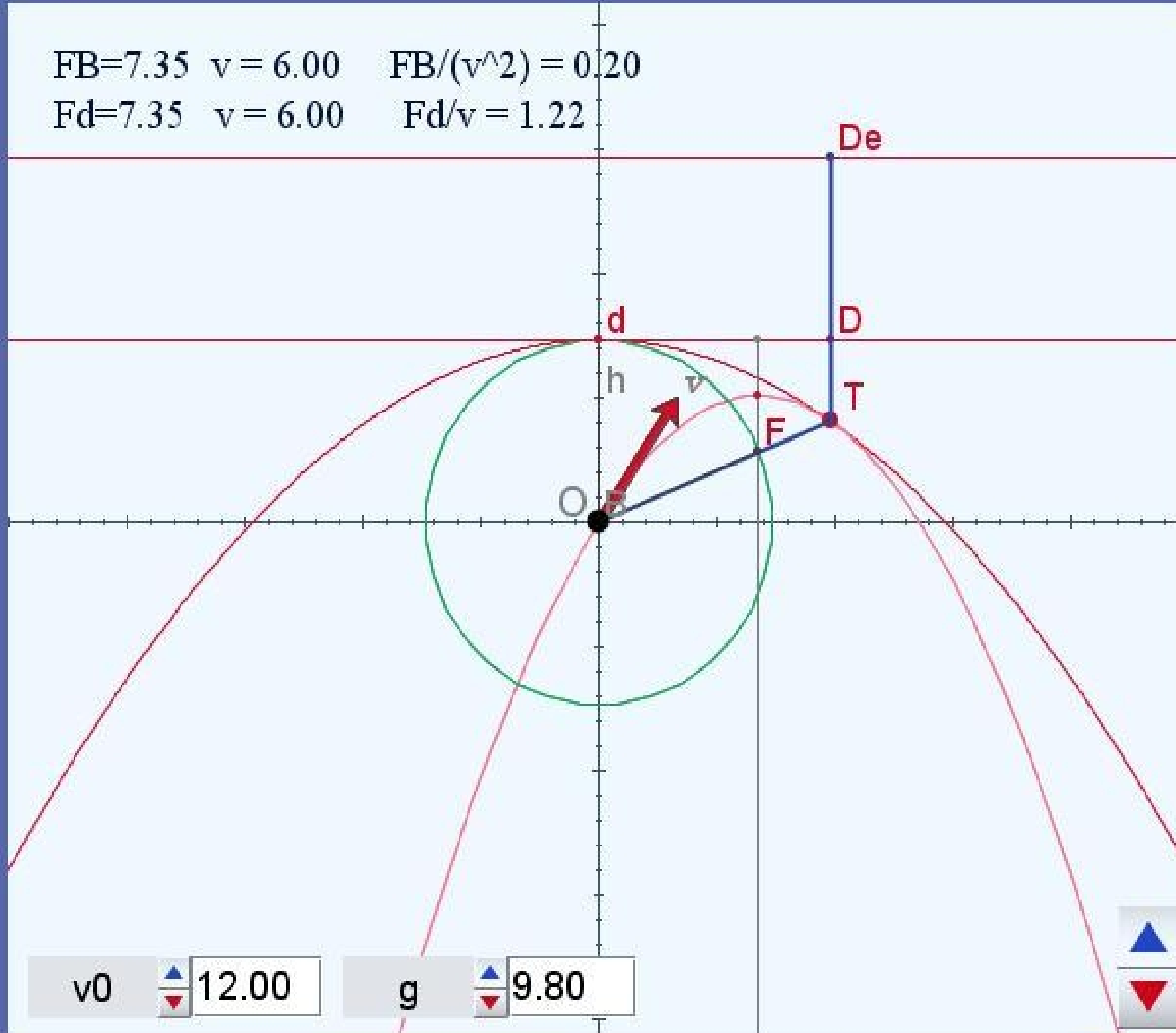
La envolvente es una parábola con foco O en el punto del disparo y directriz horizontal, al doble de la altura máxima h.

Las trayectorias son parábolas con directriz horizontal a la altura máxima h y con foco F sobre la circunferencia de radio h.

El punto T es el punto de contacto de la trayectoria y la envolvente y el máximo alcance en la dirección OF.

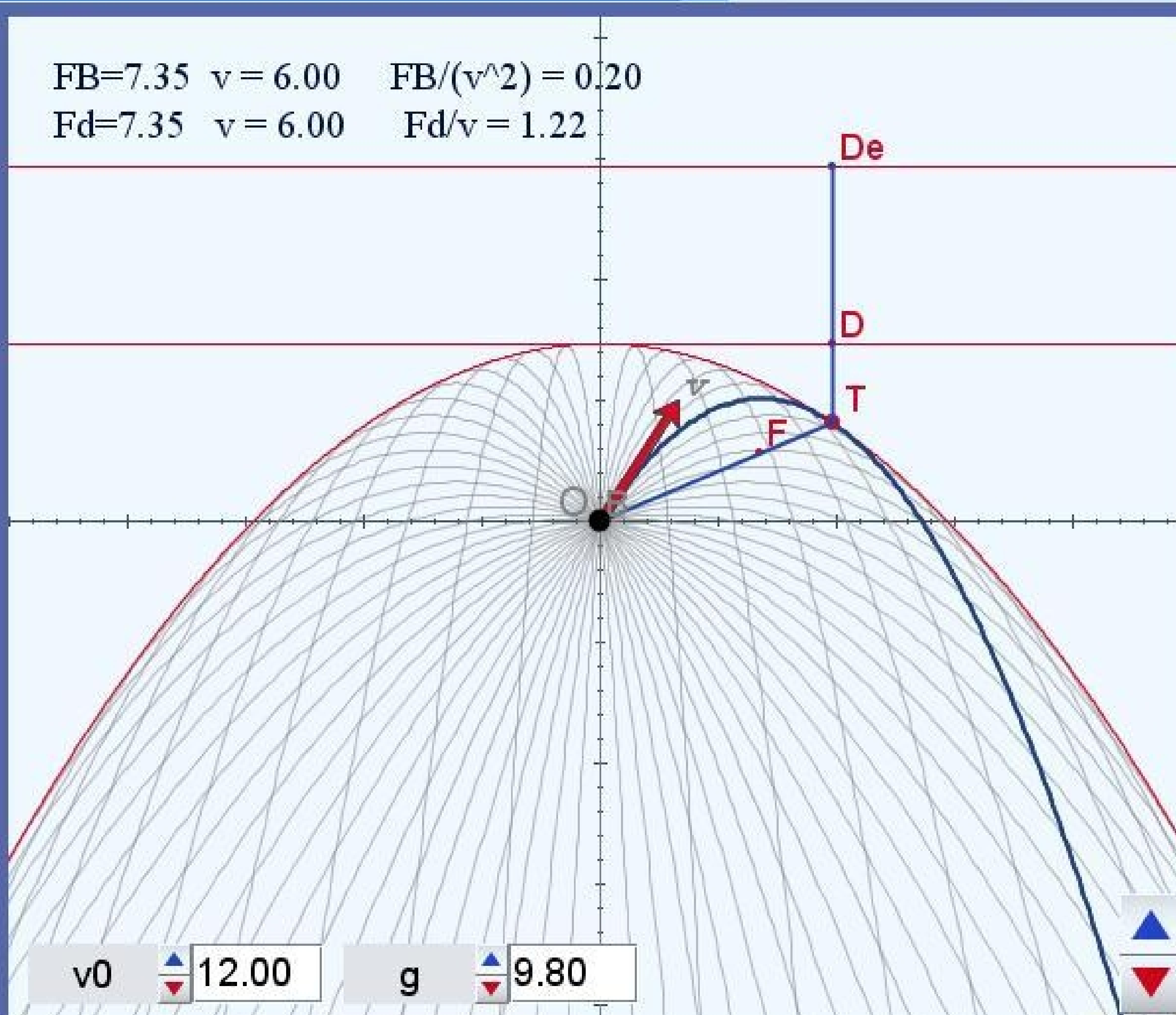
v^2 es proporcional a BF.

Pulsar <Texto> para ver una demostración.

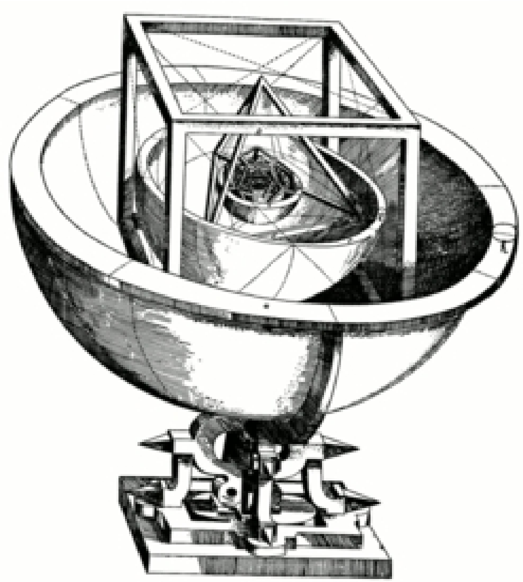


La envolvente es una parábola con foco O en el punto del disparo y directriz horizontal, al doble de la altura máxima h.

Pulsando <Construcción> se pueden ver las propiedades geométricas de las trayectorias.



¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

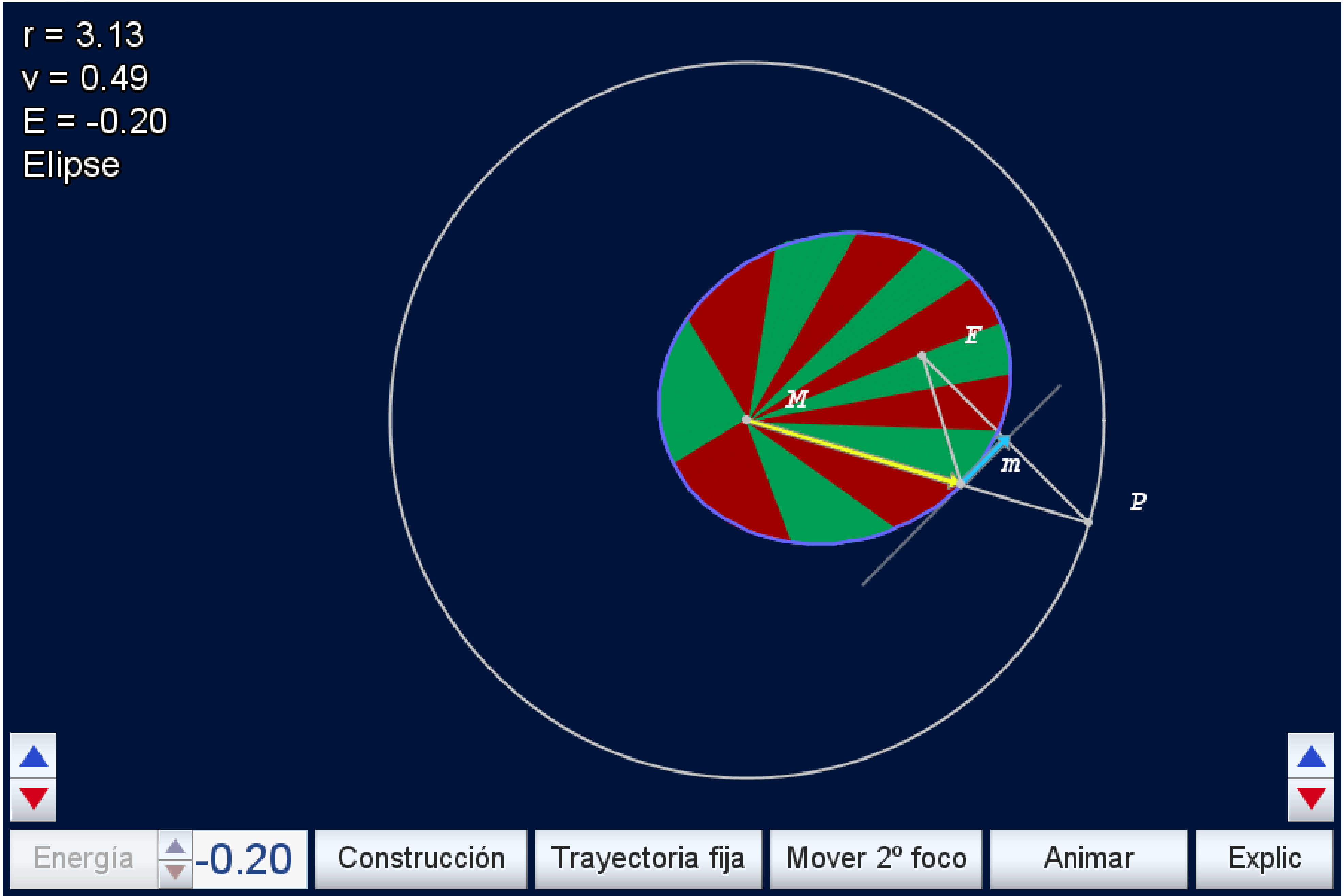


La astronomía da un vuelco con el descubrimiento del telescopio y las observaciones de Galileo.

Pero aún mayor es la aportación en este campo de estudios de Johannes Kepler que da una descripción precisa (matemática) de las trayectorias de los planetas como elipses, curvas que los griegos conocieron casi dos mil años antes sin sospechar que tenían algo que ver con los cuerpos celestes.

La hazaña de Kepler fue extraordinaria y fue, esencialmente, un trabajo matemático.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

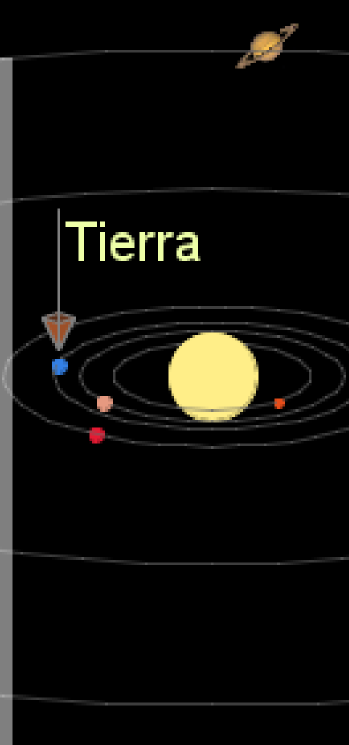


Kepler descubrió las famosas leyes del movimiento planetario analizando los datos recopilados por Tycho Brahe. Su tercera ley se refiere a una curiosa relación entre los radios de las órbitas y sus períodos de revolución. ¿Puedes descubrir esa relación? ¿Hay otras relaciones similares?

Tierra | Radio-Período

R_3 = 149,000,000 Km T_3 = 365 días

	Radio	Período
Mercurio	58	88
Venus	108	225
Tierra	149	365
Marte	228	688
Júpiter	778	4329
Saturno	1430	10764



Ocultar tabla

Ocultar gráfica

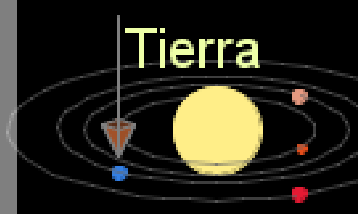
n 1   K 0.6250   m 2

Unidad 4.5 Análisis de datos - Microsoft Internet Explorer

Kepler descubrió las famosas leyes del movimiento planetario analizando los datos recopilados por Tycho Brahe. Su tercera ley se refiere a una curiosa relación entre los radios de las órbitas y sus períodos de revolución. ¿Puedes descubrir esa relación? ¿Hay otras relaciones similares?

Tierra ▾ Radio-Período ▾ R_3 = 149,000,000 Km T_3 = 365 días

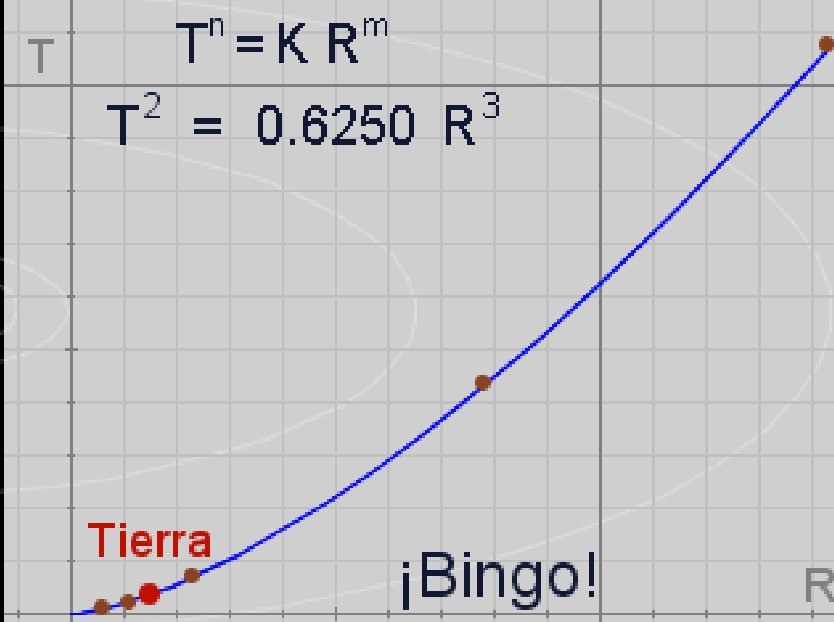
	Radio	Período
Mercurio	58	88
Venus	108	225
Tierra	149	365
Marte	228	688
Júpiter	778	4329
Saturno	1430	10764



Busca una relación del tipo:

$$T^n = K\,R^m$$

$$T^2 = 0.6250\ R^3$$



¡Bingo!

ésta es la 3ª ley de Kepler

n 2   K 0.6250   m 3

Ocultar tabla   Ocultar gráfica

La tercera ley de Kepler

La fuerza centrípeta en el movimiento circular:

$$F = ma = m\frac{v^2}{r}$$

La velocidad del movimiento circular uniforme:

$$v = \frac{2\pi r}{T}$$

Sustituyendo:

$$F = m\frac{4\pi^2 r^2}{r T^2} = 4 \quad \pi^2 \frac{r}{T^2}$$

La tercera ley de Kepler:

$$T^2 = k r^3$$

Sustituyendo:

$$F = \frac{4\pi^2}{k} \cdot \frac{m}{r^2} = G\frac{M m}{r^2}$$

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Los conceptos del Cálculo están íntimamente relacionados con la física. La velocidad no puede definirse con rigor sin la derivada y el cálculo de la trayectoria de un cuerpo requiere del uso de los poderosos métodos del Cálculo.

La primera y más impactante aplicación del Cálculo a la Física fue la deducción matemática de las leyes del movimiento de los planetas, es decir, de las leyes de Kepler, a partir de la segunda ley de Newton

$$\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$$

y la ley de la gravitación universal (en forma vectorial)

$$F = G\frac{mM}{r^2}$$

Usando los métodos del Cálculo se puede demostrar que si suponemos que la fuerza que actúa sobre un cuerpo celeste es la fuerza gravitatoria del Sol, entonces su trayectoria será una curva cónica (elipse, parábola o hipérbola) que tendrá al Sol en uno de sus focos.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

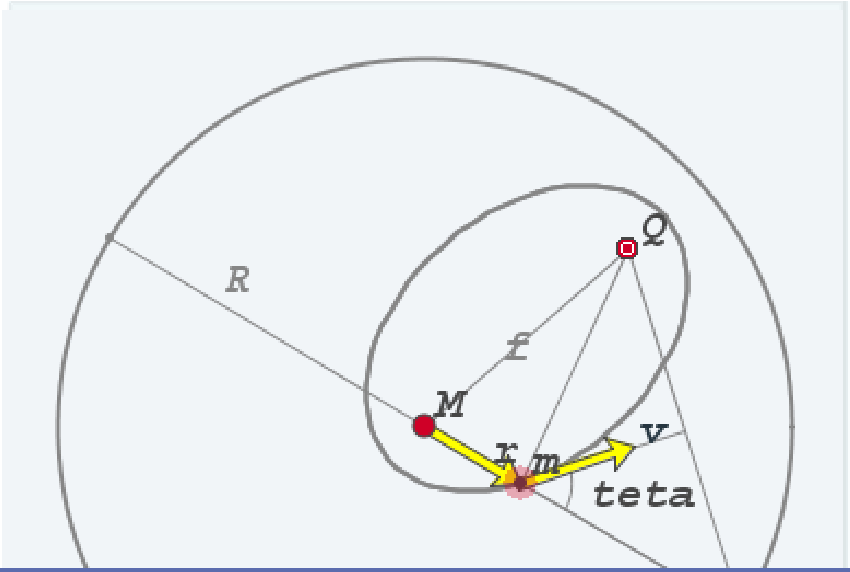
Construcción geométrica que satisface la segunda ley de Newton. Geometría y Física

Se demuestra que ciertas trayectorias elípticas construídas geométricamente satisfacen las leyes de Kepler y los principios de conservación de la energía y el momento angular, y además tal movimiento satisface también la segunda ley de Newton para la fuerza gravitatoria.

Construcción de las trayectorias elípticas

Con centro en un punto $\boldsymbol{M}$, trazamos una circunferencia de radio $\boldsymbol{R}$. Sea $\boldsymbol{Q}$ un punto cualquiera del interior de la circunferencia, distinto de $\boldsymbol{M}$. Construyamos la elipse con focos $\boldsymbol{M}$ y $\boldsymbol{Q}$, tal que la suma de las distancias de sus puntos a los focos sea igual a $\boldsymbol{R}$. En una unidad didáctica enterior se demostró el siguiente teorema.

Teorema. Sean $\boldsymbol{f} = |\overline{MQ}|$ la distancia entre los focos de la elipse, $\boldsymbol{m}$ un punto cualquiera de la elipse, $\bar{\boldsymbol{r}} = \overline{Mm}$ y $\boldsymbol{r} = |\overline{Mm}|$, $\boldsymbol{P}$ el punto de intersección de la recta por $\boldsymbol{M}$ y $\boldsymbol{m}$, con la circunferencia de radio $\boldsymbol{R}$, sean $\bar{\boldsymbol{q}} = \overline{PQ}$ y $\boldsymbol{q} = |\overline{PQ}|$, $\boldsymbol{\theta}$ el ángulo formado por $\boldsymbol{r}$ y $\boldsymbol{v}$.

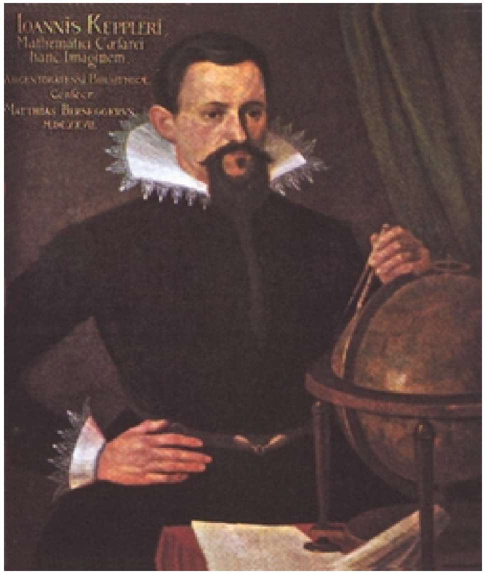


Entonces::

$$q^2 = \frac{(R^2 - f^2)(R - r)}{r} \qquad (1)$$

y

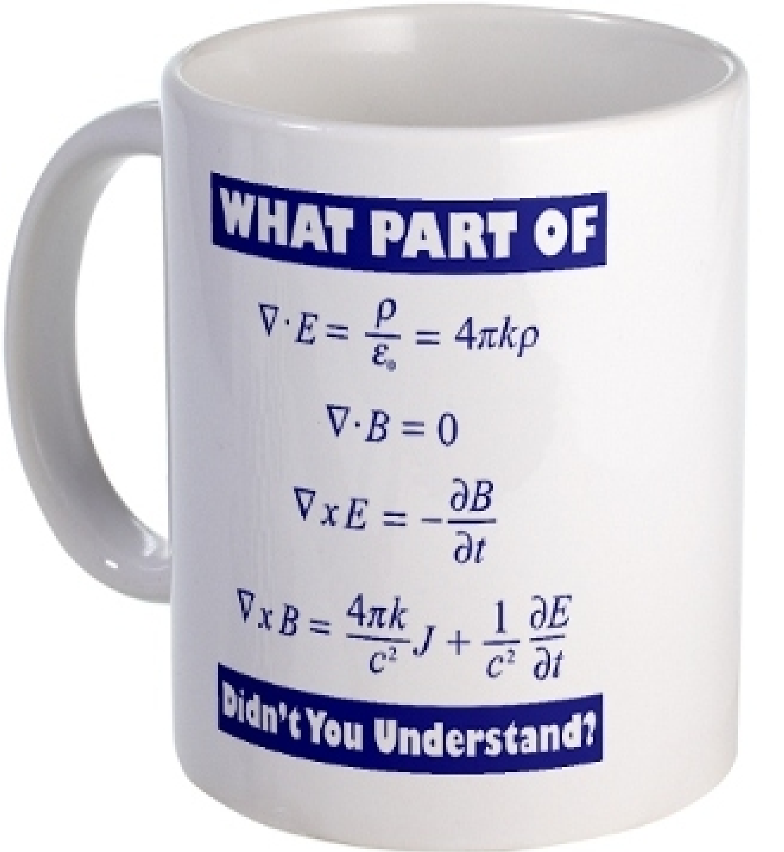
¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?



La física empezó a ser ciencia cuando dejó de usar un lenguaje puramente cualitativo para describir el movimiento y en cambio empezó a usar fórmulas matemáticas.

El tiro parabólico y las órbitas elípticas de los planetas no son un capricho de quien escribe sobre física sino una necesidad. Sin las matemáticas no se puede describir el movimiento mas que de manera vaga y superficial..

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?



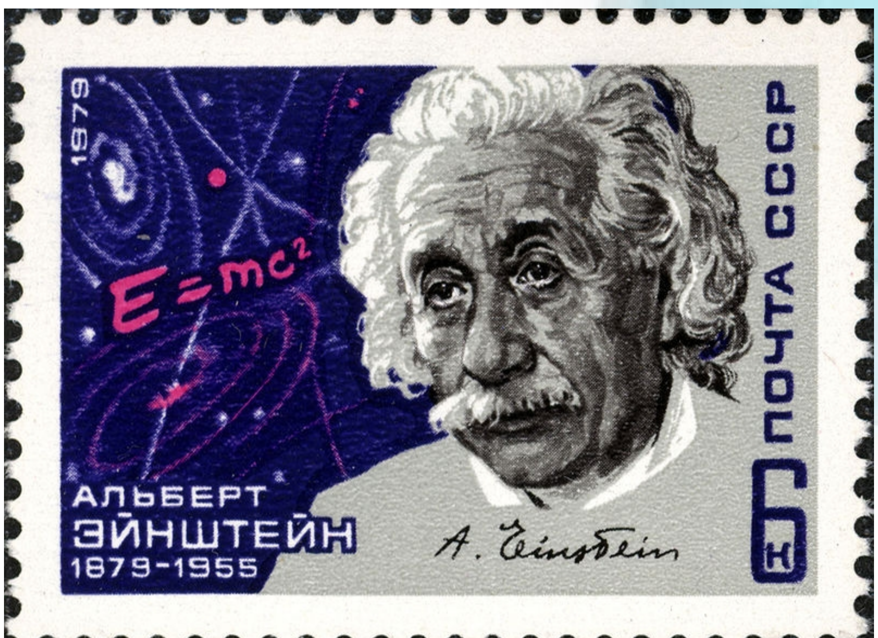
$$\Delta x \cdot \Delta p \geqq \frac{h}{4\pi}$$

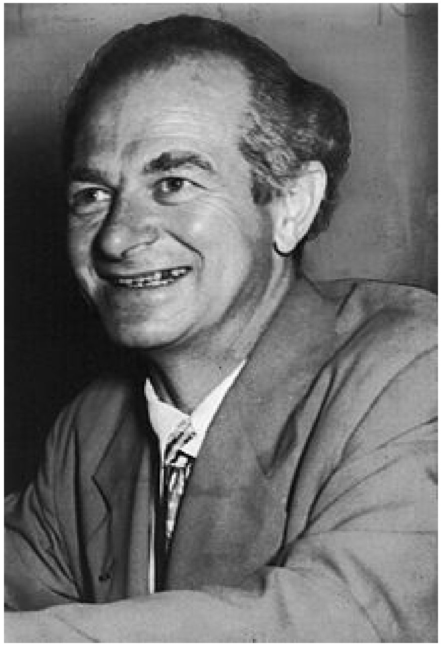
$$i\frac{h}{2\pi}\frac{\partial \Psi}{\partial t} = \frac{h^2}{8\pi^2 m}\triangle\Psi + V\Psi$$

El movimiento de los cuerpos, las leyes de la electricidad y el magnetismo, el comportamiento de los átomos, las galaxias y los hoyos negros, la evolución de las poblaciones de bacterias, los yacimientos de petróleo, incluso la economía, solo pueden entenderse y describirse usando las matemáticas.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Las matemáticas se vinculan íntimamente con las leyes de la naturaleza. No sabemos porqué, pero es un hecho evidente, dados los muchos ejemplos de esta estrecha relación que pueden encontrarse en la historia de la ciencia. Quizás sea cierto lo que dijo Galileo. Quizás lo sea incluso en un sentido más profundo de lo que él mismo creía.





¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

En parte debido a su íntima relación con la naturaleza, pero también por otras razones, las matemáticas son muy útiles en el mundo moderno. La tecnología que usamos para comunicarnos, el internet, los teléfonos celulares, las computadoras, todo tiene en sus entrañas un funcionamiento matemático.

Por ejemplo...

Capítulo 1 – Matemáticas de la actividad humana | Lugares geométricos

Introducción

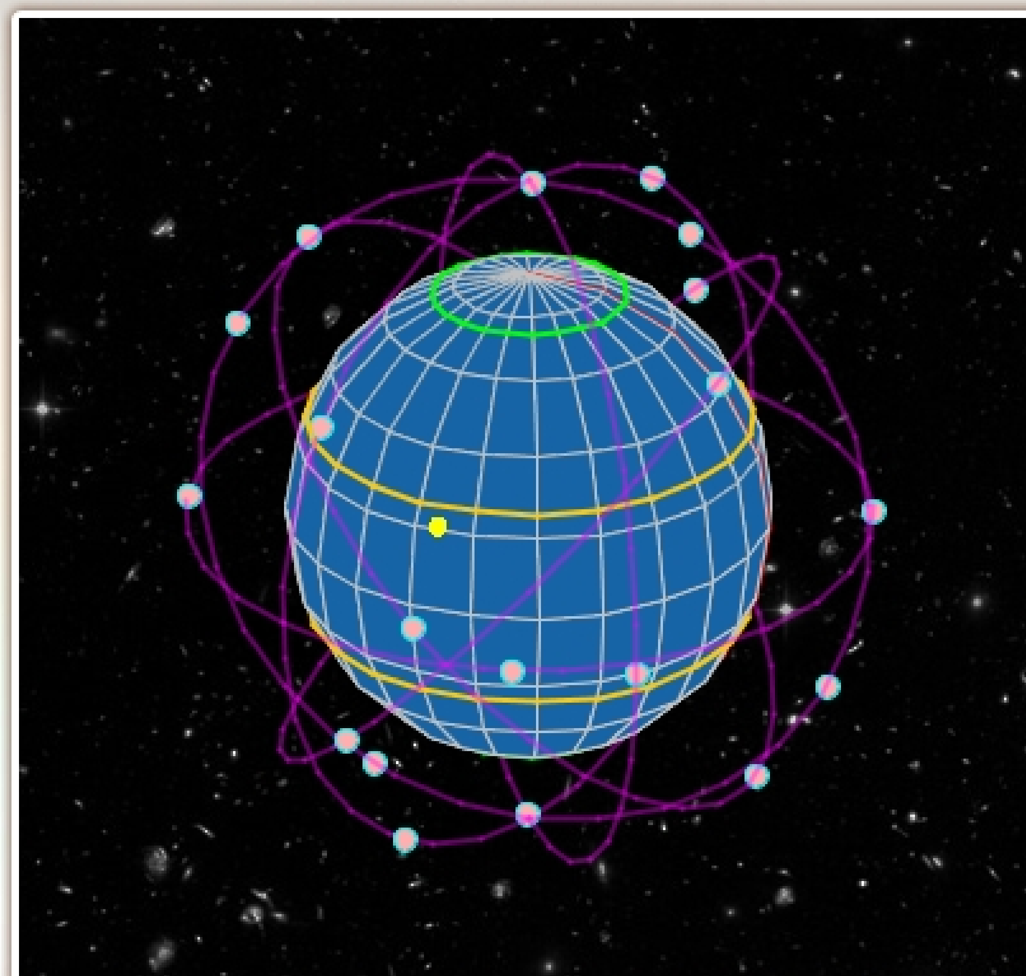
El funcionamiento del NAVSTAR-GPS se basa en lugares geométricos.

Instrucción

El sistema de posicionamiento global funciona mediante una constelación de 24 satélites distribuidos en 6 órbitas con 4 satélites cada una. Todos los satélites conocen su posición exacta y sus relojes están sincronizados.

Los satélites transmiten constantemente su posición y la hora en su reloj a la Tierra.

El receptor portátil en tierra recibe las señales de los satélites visibles y las utiliza para calcular su posición sobre la Tierra.



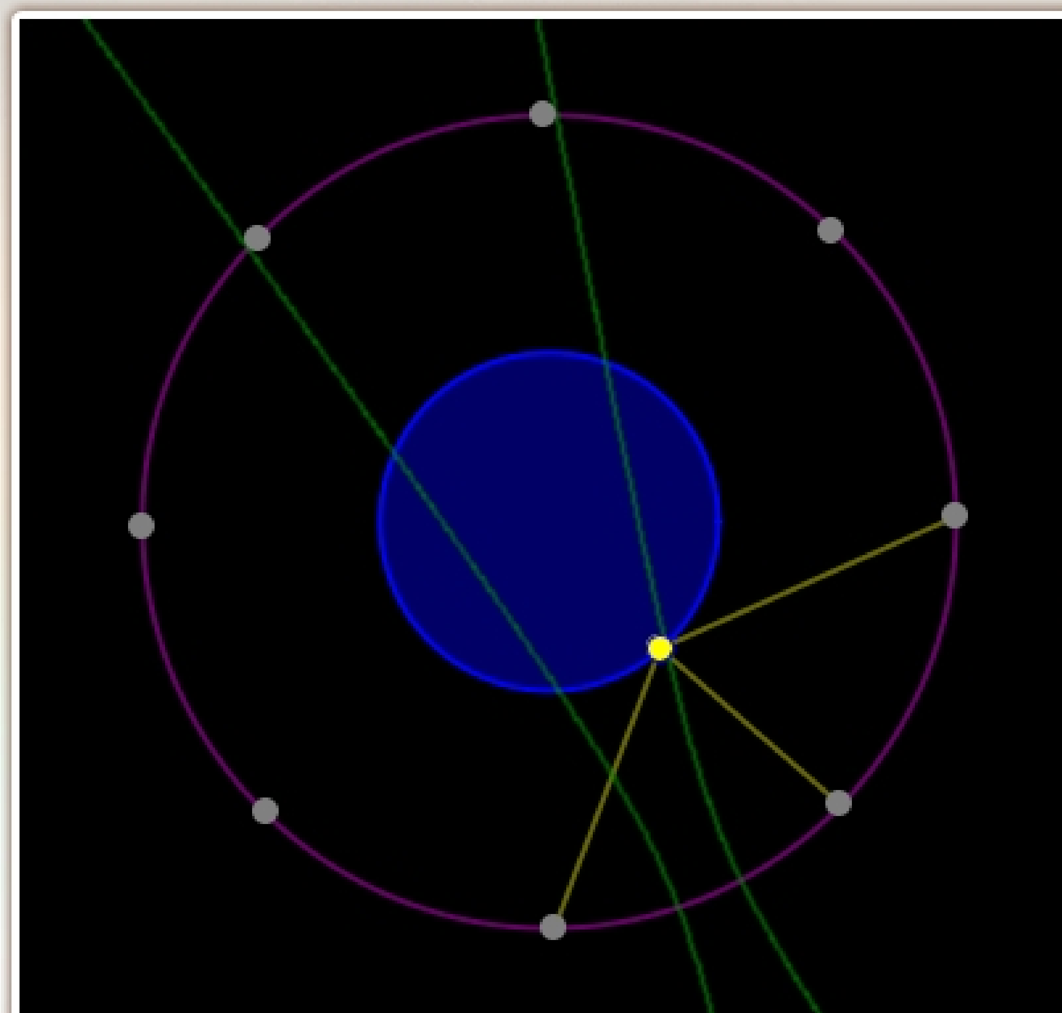
Animar | Ver órbitas

Esquema plano

En un esquema plano se pueden observar con claridad los pasos para ubicar al receptor GPS.

Instrucción

1. El receptor capta las señales de los satélites visibles desde su posición.
2. El receptor calcula la diferencia de las distancias a dos satélites y con ello define una hipérbola.



Otra vez | Siguiente

Ver órbita

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Así como este ejemplo del GPS, pueden encontrarse cientos de otros similares en donde las matemáticas, antiguas o modernas, simples o complicadas, se aplican en asuntos de la vida diaria.

Por otro lado, la estadística y la probabilidad han penetrado íntimamente en nuestra comprensión de nuestra sociedad ya que se encargan de ayudarnos a comprender las grandes cantidades de información que hoy genera nuestra sociedad y a obtener de ella conocimientos útiles para la toma de decisiones.

No transmitír esto a nuestros niños y jóvenes es un crimen cultural y educativo que no debemos seguir cometiendo.

Laboratorio de Innovación en Tecnología Educativa

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

¿Cómo es que hemos llegado a considerar a las matemáticas como algo ajeno a nuestras vidas?

¿Cómo pretendemos formar a nuestras nuevas generaciones sin matemáticas?

¿Cómo es que los planes de estudio de la enseñanza básica nunca mencionan la importancia de las matemáticas en la ciencia y las relegan a meras herramientas de resolución de problemas o a ejercicio para la mente?

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

Estamos haciendo lo mismo que hicieron los romanos, aprovechamos la ciencia y las matemáticas porque ofrecen soluciones prácticas pero no porque nos dan conocimiento profundo y sabiduría. Las encerramos en la tecnología como si fuesen un conocimiento pasajero y no transmitimos a nuestras nuevas generaciones su verdadera esencia que es la de ocuparse de todo aquello que conocemos por la razón y el entendimiento y que nunca nadie nos podrá arrancar, algo que es nuestro para siempre.

Este sistema nos está llevando a convertir en inútiles matemáticos a nuestros niños. Les estamos dando una educación de tercera.

¿De verdad son importantes las matemáticas? ¿Por qué? ¿Para qué?

La única salida es volver a valorar el conocimiento por si mismo y transmitir a nuestra juventud el valor del saber y la razón, la importancia de poder hacer e inventar contra la de simplemente utilizar las cosas hechas.

Mejor imitar a los griegos que a los romanos.

Fin